

แผนการจัดการเรียนรู้

วิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

รหัสวิชา 20121-2010 n-u 2-0-2

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2562

โดย.....

วิทยาลัย.....

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

จัดทำโดย



บริษัท ซีเอดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
SE-EDUCATION PUBLIC COMPANY LIMITED

รายการตรวจสอบและอนุญาตให้ใช้
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

☐ ควรอนุญาตให้ใช้การสอนได้

☐ ควรปรับปรุงเกี่ยวกับ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(.....)

หัวหน้าแผนกวิชา

...../...../.....

☐ เห็นควรอนุญาตให้ใช้การสอนได้

☐ ควรปรับปรุงดังเสนอ

☐ อื่นๆ

.....
.....

ลงชื่อ.....

(.....)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

...../...../.....

☐ อนุญาตให้ใช้การสอนได้

☐ อื่นๆ

.....
.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้อำนวยการ

...../...../.....

คำนำ

แผนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอนในรายวิชา **กลศาสตร์** โครงสร้างเบื้องต้น (ท-ป-น) 2-0-2 รหัสวิชา 20121 - 2010 หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2562 ของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา ผู้จัดทำได้ใช้กระบวนการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้ การแก้ปัญหา การจัดกระบวนการ รวมทั้งการประเมินตามสภาพจริง ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการเรียนรู้ ที่สามารถนำความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตประจำวันและการทำงาน นอกจากนี้ในแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ยังมีการสอดแทรกความรู้ควบคู่คุณธรรม โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เช่น ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ความซื่อสัตย์สุจริต การมีส่วนร่วมในชั้นเรียน ความสามัคคีและความเป็นประชาธิปไตย ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้จะมีประโยชน์ต่อนักเรียนนักศึกษา อย่างสูงสุดในการเรียนรู้วิชากลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

ลงชื่อ.....
(.....)

สารบัญ

	หน้า
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	11
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3	21
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4	31
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5	40
หน่วยการเรียนรู้ที่ 6	51
หน่วยการเรียนรู้ที่ 7	62
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8	73

ลักษณะรายวิชา		
รหัสวิชา 20121 - 2010	ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	ท-ป-น 2-0-2
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ ประเภทวิชาอุตสาหกรรม		
จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้ 1. มีความเข้าใจหลักการพื้นฐานฟิสิกส์เบื้องต้น 2. มีความสามารถในการคำนวณหาแรง การรวมแรง แรงลัพธ์ โมเมนต์ การสมดุลของแรง 3. มีความสามารถในการคำนวณหา จุดศูนย์ถ่วงเซนทรอยด์โมเมนต์ของความเฉื่อย 4. มีความสามารถในการคำนวณหาความเค้น ความเครียด โมดูลัสยืดหยุ่น 5. มีเจตคติที่ดีมีความรับผิดชอบ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สมรรถนะรายวิชา แสดงความรู้เกี่ยวกับหลักการและกระบวนการทางด้านฟิสิกส์ของแรง กลศาสตร์วัสดุตามหลักการคำนวณ คำอธิบายรายวิชา ศึกษาเกี่ยวกับหลักการพื้นฐานฟิสิกส์เบื้องต้น แรง การรวมแรง แรงลัพธ์โมเมนต์การสมดุลของแรง ความเค้น ความเครียด ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด โมดูลัสยืดหยุ่น จุดศูนย์ถ่วง เซนทรอยด์โมเมนต์ของความเฉื่อย		

วิเคราะห์หัวข้อเรื่อง		
รหัสวิชา 20121 - 2010	ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	ท-ป-น 2-0-2
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ ประเภทวิชาอุตสาหกรรม		
การวิเคราะห์หัวข้อเรื่อง แบบแผนภูมิลำดับ (Scalar Pattern) หรือแบบแผนภูมิปะการัง (Coral Pattern)  <pre> graph TD A[กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น] --> B[การดำเนินการต่อระบบแรง] A --> C[เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่] A --> D[พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์] A --> E[โมเมนต์อินเนอร์เชียร์] A --> F[เซนทรอยด์และจุดศูนย์ถ่วง] A --> G[ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด] A --> H[ความเค้นและความเครียด] A --> I[สมดุลในระนาบ] </pre>		

วิเคราะห์หัวข้อเรื่อง					
รหัสวิชา 20121 - 2010		ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น			ท-ป-น 2-0-2
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ ประเภทวิชาอุตสาหกรรม					
หัวข้อหลัก(Main Element)/ หน่วยการเรียนรู้ (Learning Unit)	แหล่งข้อมูล				
	A	B	C	D	E
1. พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์	✓			✓	✓
2. เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่	✓			✓	✓
3. การดำเนินการต่อระบบแรง	✓			✓	✓
4. สมดุลในระนาบ	✓			✓	✓
5. ความเค้นและความเครียด	✓			✓	✓
6. ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด	✓			✓	✓
7. เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง	✓			✓	✓
8. โมเมนต์อินเนอร์เชียรี่	✓			✓	✓

หมายเหตุ : A : คำอธิบายรายวิชา
 B : ผู้เชี่ยวชาญ
 C : ผู้ชำนาญงาน
 D : ประสบการณ์ของครูผู้สอน
 E : เอกสาร/ตำรา/คู่มือ

รายละเอียดหัวข้อเรื่อง		
รหัสวิชา 20121 - 2010	ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	ท-ป-น 2-0-2
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ ประเภทวิชาอุตสาหกรรม		
หัวข้อหลัก (Main Element)/ หน่วยการเรียนรู้ (Learning Unit)	หัวข้อย่อย (Element)	
1. พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์	1.1 วิชาฟิสิกส์ (Physics)	
	1.2 กลศาสตร์ (Mechanics)	
	1.3 หลักการพื้นฐานและแนวความคิด (Fundamental Concepts and Principles)	
	1.4 ระบบหน่วยวัดระหว่างประเทศ (International System of Units)	
	1.5 คำอุปสรรค (Prefixes)	
	1.6 การวัดปริมาตร (Volume Measurement)	
	1.7 พยัญชนะกรีก	
2. เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่	2.1 ปริมาณทางฟิสิกส์ (Physical Quantities)	
	2.2 เวกเตอร์ (Vectors)	
	2.3 กฎสี่เหลี่ยมด้านขนานและกฎสามเหลี่ยม (Parallelogram Law and Triangle Law)	
	2.4 แรง (Force)	
	2.5 กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Laws for Motion)	
3. การดำเนินการต่อระบบแรง	3.1 การเท่าเทียมของเวกเตอร์ (Equivalent of Vectors)	
	3.2 ระบบแรงร่วมจุด (Concurrent Force Systems)	
	3.3 ผลลัพธ์ของระบบแรงร่วมจุด (Concurrent Force Systems of Resultant)	
	3.4 โมเมนต์ของแรงรอบจุด (Moment of a Force About a Point)	
	3.5 หลักการของโมเมนต์ (Principle of Moment)	
4. สมดุลในระนาบ	4.1 นิยามการสมดุล (Definition of Equilibrium)	
	4.2 แผนภาพอิสระของวัตถุ (Free-Body Diagram of a Body)	
	4.3 แรงปฏิกิริยาของจุดรองรับในระนาบ (Reactions of Coplanar Support)	

รายละเอียดหัวข้อเรื่อง		
รหัสวิชา 20121 - 2010	ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	ท-ป-น 2-0-2
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ ประเภทวิชาอุตสาหกรรม		
หัวข้อหลัก (Main Element)/ หน่วยการเรียนรู้ (Learning Unit)	หัวข้อย่อย (Element)	
5. ความเค้นและความเครียด	5.1 ความเค้นตึงฉาก (Normal Stress)	
	5.2 ความเค้นเฉือน (Shear Stress)	
	5.3 ความเค้นแบกทาน (Bearing Stress)	
	5.4 ความเครียดตึงฉาก (Normal Strain)	
	5.5 ความเครียดเฉือน (Shear Strain)	
6. ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด	6.1 การทดสอบแรงดึงของวัสดุ (Tension of Materials Test)	
	6.2 แผนภาพความเค้น ความเครียด (Stress Strain Diagram)	
	6.3 กฎของฮุก (Hooke's Law)	
	6.4 การเสียรูปของวัสดุภายใต้แรงในแนวแกน (Deformations of Materials Under Axial Loading)	
7. เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง	7.1 เซนทรอยด์ (Centroid)	
	7.2 เซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบ (Centroid of Composite Bodies)	
8. โมเมนต์อินเนอร์เซีย	8.1 โมเมนต์อินเนอร์เซียพื้นที่ (Moments of Inertia for Areas)	
	8.2 ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่ (Parallel-Axis Theorem for an Areas)	
	8.3 รัศมีไจเรชันของพื้นที่ (Radius of Gyration of an Areas)	

รายละเอียดจุดประสงค์การปฏิบัติ		
รหัสวิชา 20121 - 2010	ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	ท-ป-น 2-0-2
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ ประเภทวิชาอุตสาหกรรม		
หัวข้อหลัก (Main Element)/ หน่วยการเรียนรู้ (Learning Unit)	จุดประสงค์การปฏิบัติ (Performance Objectives)	
1. พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์	1. บอกหลักการพื้นฐานฟิสิกส์และแนวคิดทางกลศาสตร์ได้ 2. อธิบายและใช้ระบบหน่วยวัดระหว่างประเทศ คำอุปสรรค ในการคำนวณทางฟิสิกส์-กลศาสตร์ได้ถูกต้อง 3. วัดปริมาณทางวิทยาศาสตร์และเลือกใช้พยัญชนะกรีกในการคำนวณทางฟิสิกส์-กลศาสตร์ได้ถูกต้อง 4. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถใช้หลักการพื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์ในสาขางานโยธาได้	
2. เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่	1. อธิบายปริมาณทางฟิสิกส์ เวกเตอร์ กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน กฎสี่เหลี่ยมด้านขนาน กฎสามเหลี่ยมและแรงได้ 2. ใช้กฎของไซน์กับกฎของโคซายน์แก้โจทย์ปัญหาเรื่องของแรงได้ถูกต้อง 3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสาขางานโยธาได้	
3. การดำเนินการต่อระบบแรง	1. อธิบายการเท่าเทียมของเวกเตอร์ ระบบแรงร่วมจุด โมเมนต์ของแรงรอบจุดและหลักการของโมเมนต์ได้อย่างถูกต้อง 2. สามารถแสดงวิธีการคำนวณโจทย์ปัญหาระบบแรงร่วมจุด ผลลัพธ์ของระบบแรงร่วมจุด โมเมนต์ของแรงรอบจุดและใช้หลักการของโมเมนต์ได้อย่างถูกต้อง 3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสาขางานโยธาได้	
4. สมดุลในระนาบ	1. อธิบายการนิยามของการสมดุลได้ถูกต้อง 2. สามารถแสดงวิธีการคำนวณปัญหาการสมดุลสถิตยศาสตร์ในระนาบได้โดยใช้สมการสมดุล การเขียนแผนภาพอิสระของวัตถุ และแรงปฏิกิริยาที่จุดรับ 3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสาขางานโยธาได้	

รายละเอียดจุดประสงค์การปฏิบัติ		
รหัสวิชา 20121 - 2010	ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	ท-ป-น 2-0-2
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ ประเภทวิชาอุตสาหกรรม		
หัวข้อหลัก (Main Element)/ หน่วยการเรียนรู้ (Learning Unit)	จุดประสงค์การปฏิบัติ (Performance Objectives)	
5. ความเค้นและความเครียด	1. อธิบายนิยามของการเกิดความเค้นและความเครียดในลักษณะต่างๆ ได้ 2. สามารถแสดงวิธีการคำนวณปัญหาความเค้นและความเครียด ความเค้นแบบกทาน ความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือนได้อย่างถูกต้อง 3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสาขางานโยธาได้คำนวณในสาขางานโยธาได้	
6. ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด	1. อธิบายวิธีการทดสอบวัสดุ รู้และเข้าใจแผนภาพความเค้น ความเครียดตลอดจนพฤติกรรมต่างของวัสดุ 2. นิยามกฎของฮุก สามารถประยุกต์กฎของฮุกหาค่าการยืดหดตัวของวัสดุเมื่อรับแรงตามแนวแกนได้ 3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสาขางานโยธาได้	
7. เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง	1. อธิบายปริมาณตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูปเรขาคณิตต่างๆ ได้ 2. แสดงวิธีการคำนวณหาตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบได้ 3. แสดงวิธีการคำนวณหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุได้	
8. โมเมนต์อินเนอร์เซีย	1. อธิบายและแสดงวิธีการหาปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนที่ผ่านเซนทรอยด์ของพื้นที่ได้ 2. อธิบายและแสดงวิธีการหาปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียโดยใช้ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่ได้ 3. อธิบายและแสดงวิธีการหาปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนที่ผ่าน	

กำหนดการเรียนรู้			
รหัสวิชา 20121 - 2010		ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	ท-ป-น 2-0-2
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ ประเภทวิชาอุตสาหกรรม			
หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สัปดาห์ที่	ชั่วโมง
1	พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์	1-3	6
2	เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่	4-6	6
3	การดำเนินการต่อระบบแรง	7-8	4
4	สมดุลในระนาบ	9-10	4
5	ความเค้นและความเครียด	11-12	4
6	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด	13-14	4
7	เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง	15-16	4
8	โมเมนต์อินเนอร์เชียร์	17-18	4
รวม		18	36

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	หน่วยที่ 1
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	เวลาเรียนรวม 36 ชม.
ชื่อหน่วย บทที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์	สอนครั้งที่ 1-3/18
ชื่อเรื่อง พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์	จำนวน 6 คาบ

1. สำคัญ

กลศาสตร์ (Mechanics) เป็นแขนงหนึ่งของวิชาฟิสิกส์ที่อธิบายและคาดการณ์เงื่อนไขของการหยุดนิ่งหรือการเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้การกระทำของแรง หลักการพื้นฐานที่ใช้ในกลศาสตร์ ได้แก่ อวกาศ เวลา มวลและแรง

ในปี ค.ศ. 1960 กลุ่มประเทศอุตสาหกรรมได้ร่วมประชุมพัฒนาระบบหน่วยที่ใช้วัดปริมาณขึ้นมาใหม่ โดยเรียกชื่อว่า SI Unite มีอยู่ด้วยกัน 7 หน่วยคือ ความยาว มวล เวลา อุณหภูมิ กระแสไฟฟ้า จำนวนของสาร และความเข้มแห่งการส่องสว่าง

ในการบันทึกจำนวนที่ได้จากการวัดเป็นสิ่งสำคัญเพราะค่าที่บันทึกจะสะท้อนให้เป็นถึงความแน่นอนและไม่แน่นอน ดังนั้นเราจึงจำเป็นต้องพิจารณาถึงเลขนัยสำคัญด้วยในการบันทึก

การปัดตัวเลข (Rounding the results) คือวิธีการที่จะบันทึกปริมาณของเลขทศนิยมให้เหมาะสมในกรณีเลขตัวสุดท้ายที่ต้องการปัดขึ้นหรือปัดลง

2. สำคัญ

1. วิชาฟิสิกส์ (Physics)
2. กลศาสตร์ (Mechanics)
3. หลักการพื้นฐานและแนวความคิด (Fundamental Concepts and Principles)
4. ระบบหน่วยวัดระหว่างประเทศ (International System of Units)
5. คำอุปสรรค (Prefixes)
6. การวัดปริมาณ (Volume Measurement)
7. พยัญชนะกรีก

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

เพื่อให้มีความรู้และเข้าใจหลักการพื้นฐานฟิสิกส์และแนวคิดทางกลศาสตร์ ระบบหน่วยวัดระหว่างประเทศ คำอุปสรรค การวัดปริมาณทางวิทยาศาสตร์และพยัญชนะกรีกที่นำมาเป็นสัญลักษณ์

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกหลักการพื้นฐานฟิสิกส์และแนวคิดทางกลศาสตร์ได้
2. อธิบายและใช้ระบบหน่วยวัดระหว่างประเทศ คำอุปสรรค ในการคำนวณทางฟิสิกส์-กลศาสตร์ได้ถูกต้อง
3. วัดปริมาณทางวิทยาศาสตร์และเลือกใช้พยางค์กรีกในการคำนวณทางฟิสิกส์-กลศาสตร์ได้ถูกต้อง
4. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถใช้หลักการพื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์ในสาขางานโยธาได้

4. การเรียนรู้

4.1 วิชาฟิสิกส์ (Physics)

วิชาฟิสิกส์เป็นวิทยาศาสตร์พื้นฐานที่มาจากการพยายามของมนุษย์ที่ต้องการรู้ถึงที่มาต่างๆของปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ โดยสามารถอธิบายได้ด้วยกฎหรือทฤษฎีต่างๆ ที่ค้นพบจากการสังเกต การทดสอบ การทดลองหรือการวัดปริมาณทางกายภาพ แล้วเขียนออกมาในรูปของสมการคณิตศาสตร์เพื่อสามารถนำมาใช้เป็นเครื่องมือทำนายผล เพื่อตรวจสอบความถูกต้องกับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นมาแล้วและยังใช้ทำนายผลถึงปรากฏการณ์ที่กำลังจะเกิดได้ด้วย แต่เมื่อใดก็ตามเมื่อมีกฎหรือทฤษฎีที่ใหม่กว่าและสามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริงกว่ากฎหรือทฤษฎีเดิม ก็จะนำเอากฎหรือทฤษฎีใหม่นี้มาใช้ต่อไป

4.2 กลศาสตร์ (Mechanics)

กลศาสตร์ (Mechanics) เป็นแขนงหนึ่งของวิชาฟิสิกส์ที่อธิบายและคาดการณ์เงื่อนไขของการหยุดนิ่งหรือการเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้การกระทำของแรง โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 3 หมวด ได้แก่ กลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็ง (Mechanics of Rigid Bodies) กลศาสตร์ของการเคลื่อนที่วัตถุ (Mechanics of Deformable Bodies) และกลศาสตร์ของไหล (Mechanics of Fluids)

ในหนังสือเล่มนี้จะอธิบายเฉพาะเนื้อหากลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็งที่เป็นความรู้พื้นฐานเพื่อให้เหมาะสมกับระดับผู้เรียน ได้แก่ สถิตยศาสตร์ของอนุภาค ระบบของแรงเทียบเท่า สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง เซนทรอยด์และศูนย์กลางของจุดศูนย์กลาง โมเมนต์ความเฉื่อย ความเค้นและความเครียด คุณสมบัติกลศาสตร์ของวัสดุ

4.3 หลักการพื้นฐานและแนวความคิด (Fundamental Concepts and Principles)

การศึกษากลศาสตร์ต้องย้อนไปถึง 287 – 212 ปีก่อนคริสต์ศักราช นักคณิตศาสตร์ ฟิสิกส์และวิศวกรชาวกรีก แอริสตอเติล (Aristotle) ได้ค้นพบหลักการพื้นฐานรวมถึงสูตรต่างๆ ไว้มาย ต่อมาปีคริสต์ศักราช 1642 – 1727 หลักการเหล่านี้ได้ถูกแก้ไขและพัฒนาโดยเซอร์ ไอแซค นิวตัน (Sir Isaac Newton) ซึ่งเป็นนักฟิสิกส์และนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ มีแนวความคิดกฎเกณฑ์เกี่ยวกับกลศาสตร์สมัยใหม่ไว้อย่างมากมาย

ความถูกต้องของหลักการทั้งหลายนี้ยังไม่มีนักวิทยาศาสตร์ท่านใดออกมาให้เห็นในทางโต้แย้งจนกระทั่งในปี 1905 อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์ (Albert Einstein) ศาสตราจารย์ทางฟิสิกส์ชาวเยอรมันเชื้อสายยิวได้นำเสนอทฤษฎีสัมพัทธภาพ (Theory of Relativity) ซึ่งถือเป็นการค้นพบทางวิทยาศาสตร์อย่างลึกซึ้ง มีผู้ให้การยอมรับอย่างกว้างขวาง แต่อย่างไรก็ตาม กลศาสตร์ของนิวตัน (Newtonian Mechanics) ยังคงเป็นพื้นฐานของวิทยาศาสตร์ในด้านวิศวกรรมจวบจนถึงปัจจุบัน

หลักการพื้นฐานที่ใช้ในกลศาสตร์ ได้แก่ อวกาศ เวลา มวลและแรง นิยามได้ดังนี้

อวกาศ (Space) คืออาณาบริเวณที่ไร้ขอบเขตที่สัมพันธ์กับการวางตัวของวัตถุ โดยสามารถใช้การวัดค่าความยาว 3 ค่าในแนวแกนระบบโคออร์ดิเนต (Coordinate System) x , y และ z เพื่อบอกตำแหน่งของวัตถุได้

เวลา (Time) ใช้เพื่อช่วยให้การระบุตำแหน่งในอวกาศสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

มวล (Mass) คือคุณสมบัติที่มีอยู่ทุกวัตถุเพื่อดำเนินการเคลื่อนที่ของตัววัตถุเอง

แรง (Force) คือการกระทำของวัตถุหนึ่งต่ออีกวัตถุหนึ่งเพื่อพยายามให้วัตถุนั้นเกิดการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ แรงจะมีทั้งขนาดและทิศทางที่กระทำดังนั้นแรงจึงถือเป็นปริมาณเวกเตอร์

อนุภาค (Particle) คือวัตถุที่มีขนาดเข้าใกล้ศูนย์ มีขนาดเล็กมาก

วัตถุแข็งเกร็ง (Rigid body) คือวัตถุที่ไม่เกิดการเปลี่ยนรูปหรือเสียรูปไปจากเดิมไม่ว่าจะมีแรงหรือวัตถุอื่นใดมากระทำ

4.4 ระบบหน่วยวัดระหว่างประเทศ (International System of Units)

การอธิบายถึงปรากฏการณ์ธรรมชาติใดๆ เราจะต้องมีการวัดปริมาณทางกายภาพนั้น เช่น ในการวัดปริมาณทางกลศาสตร์จะเขียนให้อยู่ในรูปของสามปริมาณนี้เป็นหลัก ได้แก่ ความยาว มวลและเวลา และเพื่อให้การวัดปริมาณดังกล่าวเป็นสากลใช้กันได้ทั่วโลกจำเป็นต้องมีมาตรฐานเดียวกันในการวัดปริมาณ มีความน่าเชื่อถือไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา

ในปี ค.ศ. 1960 กลุ่มประเทศอุตสาหกรรมได้ร่วมประชุมพัฒนาระบบหน่วยที่ใช้วัดปริมาณขึ้นมาใหม่ โดยเรียกชื่อว่า ระบบหน่วยวัดระหว่างประเทศ (International System of Units) หรือเรียกย่อว่า ระบบเอสไอ (SI Unite) โดยระบบเอสไอดังกล่าวได้รับการพัฒนามาจากระบบหน่วยเมตร-กิโลกรัม-วินาที (meter-kilogram-second: MKS) ในปี 1960 และได้ปรับเปลี่ยนนิยามรวมถึงเพิ่มลดหน่วยฐานเอสไอมาทดสอบตามการพัฒนาเทคโนโลยีทางด้านการวัด เพื่อเพิ่มความเที่ยงตรงในการวัดมากขึ้น สำหรับหน่วยวัดปริมาณหลักหน่วย SI มาตรฐาน มีอยู่ด้วยกัน 7 หน่วย ดังแสดงในตารางที่ 1.11

ตารางที่ 1.1 หน่วยวัดปริมาณหลักหน่วย SI มूलฐาน

ปริมาณ (Quantity)	ระบบหน่วย SI	
	หน่วย	สัญลักษณ์
ความยาว (Length)	เมตร (meter)	m
มวล (Mass)	กิโลกรัม (kilogram)	kg
เวลา (Time)	วินาที (second)	s
อุณหภูมิ (Temperature)	เคลวิน (kelvin)	K
กระแสไฟฟ้า (Electric Current)	แอมแปร์ (Ampere)	A
จำนวนของสาร (Amount of Substance)	โมล (mole)	mol
ความเข้มแห่งการส่องสว่าง (Luminous Intensity)	แคนเดลา (candela)	cd

4.5 คำอุปสรรค (Prefixes)

ในหน่วยวัดปริมาณพื้นฐานที่มีค่ามากๆหรือมีค่าน้อยๆ นิยมใช้คำอุปสรรคหรือส่วนที่ใช้เติมหน้าหน่วย เพื่อให้ใหญ่ขึ้นหรือทำให้เล็กลง คำอุปสรรคแสดงในตารางที่ 1.3

ตารางที่ 1.3 คำอุปสรรคที่ใช้ในกลศาสตร์

ปริมาณ (Quantity)	ตัวคูณ (Exponential Form)	คำอุปสรรค (Prefix)	สัญลักษณ์ (SI Symbol)
1 000 000 000 000	10^{12}	เทระ (tera)	T
1 000 000 000	10^9	กิกะ (giga)	G
1 000 000	10^6	เมกะ (mega)	M
1 000	10^3	กิโล (kilo)	k
100	10^2	เฮกโต (hecto)	h
0.01	10^{-2}	เซนติ (centi)	c
0.001	10^{-3}	มิลลิ (milli)	m
0.000 001	10^{-6}	ไมโคร (micro)	μ
0.000 000 001	10^{-9}	นาโน (nano)	n
0.000 000 000 001	10^{-12}	พิโก (pico)	p

4.6 การวัดปริมาณ (Volume Measurement)

การวัดปริมาณต่างๆ จะต้องใช้เครื่องมือที่ใช้ในการวัด โดยกรณีเครื่องมือที่วัดให้ผลออกมาเป็นแบบตัวเลข (Digital) จะสามารถอ่านค่าปริมาณที่ต้องการวัดได้ง่ายความถูกต้องสูง แต่เครื่องมือจะต้องได้รับการตั้งค่าและเทียบวัดให้เป็นมาตรฐานอยู่เสมอ ส่วนการใช้เครื่องมือวัดแบบใช้สายตาอ่านตัวเลขที่แสดงเป็นขีดแบบสเกล (Analog) พิจารณารูปที่ 1.1 ประกอบ ใช้บรรทัดสามเหลี่ยมวัดปริมาณความยาวในช่องสี่เหลี่ยมผืนผ้า ได้ความยาว 1.43 m เลขหน้าจุดทศนิยมจะมีนัยสำคัญกว่าเลขหลังจุดทศนิยม เพราะเป็นตัวเลขที่อ่านค่าได้ถูกต้อง เลข 4 จะถือเป็นตำแหน่งสุดท้ายที่สามารถวัดค่าได้ถูกต้องเช่นกัน สำหรับเลข 3 เป็นเลขที่มีนัยสำคัญน้อยที่สุด เพราะอ่านได้จากการประมาณด้วยสายตา ดังนั้นจะถือว่าการวัดนี้มีความละเอียดที่ 0.1 m ค่าความคลาดเคลื่อน $\pm 0.01 \text{ m}$

4.7 พยัญชนะกรีก

ในการคำนวณทางด้านวิทยาศาสตร์-ฟิสิกส์ จะนิยมใช้เครื่องหมายแสดงด้วยพยัญชนะกรีก ซึ่งจะมีสัญลักษณ์และชื่อเรียก ดังแสดงในตารางที่ 1.4

ตาราง 1.4 พยัญชนะกรีก

ชื่อ	สัญลักษณ์		ชื่อ	สัญลักษณ์		ชื่อ	สัญลักษณ์	
	ตัวพิมพ์ใหญ่	ตัวพิมพ์เล็ก		ตัวพิมพ์ใหญ่	ตัวพิมพ์เล็ก		ตัวพิมพ์ใหญ่	ตัวพิมพ์เล็ก
Alpha	A	α	Iota	I	ι	Rho	P	ρ
Beta	B	β	Kappa	K	κ	Sigma	Σ	σ
Gamma	Γ	γ	Lambda	Λ	λ	Tau	T	τ
Delta	Δ	δ	Mu	M	μ	Upsilon	Υ	υ
Epsilon	E	ϵ	Nu	N	ν	Phi	Φ	ϕ
Zeta	Z	ζ	Xi	Ξ	ξ	Chi	X	χ
Eta	H	η	Omicron	O	o	Psi	Ψ	ψ
Theta	Θ	θ	Pi	Π	π	Omega	Ω	ω

ตัวอย่างที่ 1.1 ผลลัพธ์ของ $15.303 + 8.06$ ควรบันทึกค่าเป็นจำนวนเท่าใด

วิธีทำ

$$15.303 + 8.06 = \underline{23.363} \text{ ควรบันทึกเป็น } 23.36$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.2 รถยนต์คันหนึ่งวิ่งบนถนนหลวงวัดความเร็วได้ 90 km/h อยากทราบความเร็วของรถยนต์คันนี้ในหน่วย m/s

วิธีทำ

$$\text{จาก } 1 \text{ h} = 60 \times 60 = 3600 \text{ s}$$

ดังนั้น

$$90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ k}}$$

$$90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.3 จงเปลี่ยนหน่วย $2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ ให้อยู่ในรูปของหน่วย GPa

วิธีทำ

$$\text{จาก } 1 \text{ Pa} = \text{N/m}^2$$

ดังนั้น

$$2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{(10^{-3})^2 \text{ m}^2} \times \frac{\text{G}}{10^9}$$

$$2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 2 \times 10^5 \times 10^6 \times 10^{-9} \text{ G} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 200 \text{ GPa}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.4 จงหาพื้นที่หน้าตัดท่อเหล็กกลมกลวงในรูปของหน่วย m^2 กำหนดให้ท่อมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก 25 mm และเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 23 mm คำตอบเป็นเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

วิธีทำ

$$\text{จากพื้นที่หน้าตัดวงกลมกลวง} \quad A = \frac{\pi}{4} (d_{\text{out}}^2 - d_{\text{in}}^2)$$

ดังนั้น

$$A = \frac{\pi}{4} \left[(25 \times 10^{-3})^2 - (23 \times 10^{-3})^2 \right]$$

$$A = 7.540 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

ตอบ

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 1 ในหนังสือแบบเรียนวิชากลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 1 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

เอกชัย รัตนโน. กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น (Introduction to Structural Mechanics) รหัสวิชา 20121-2010 , พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน), พิมพ์ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2565

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 1
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 1
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษา ร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 1 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

- 8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเทอร์เน็ต
- 8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

ทำในหนังสือแบบเรียน บทที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์

- 8.2.1 แบบทดสอบก่อนเรียนบทที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์
- 8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์
- 8.2.3 แบบทดสอบหลังเรียนบทที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนรู้ของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบฝึกหัด จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
2. แบบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล บทที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์							
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น รหัสวิชา 20121-2010				วิทยาลัย			
ชื่อ-สกุล..... ระดับ.....				ครู			
ที่	รายการประเมิน	*คะแนนแบบทดสอบ		**คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้		*ข้อที่	**ข้อที่
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	วิชาฟิสิกส์						
2	กลศาสตร์						
3	หลักการพื้นฐานและแนวความคิด						
4	ระบบหน่วยวัดระหว่างประเทศ						
5	คำอุปสรรค						
6	การวัดปริมาณ						
7	พยัญชนะกรีก						
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		รวม	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	หน่วยที่ 2
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	เวลาเรียนรวม 36 ชม.
ชื่อหน่วย บทที่ 2 เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่	สอนครั้งที่ 4-6/18
ชื่อเรื่อง เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่	จำนวน 6 คาบ

1. สำคัญ

ปริมาณทางฟิสิกส์ (Physical Quantities) แบ่งออกได้ 2 ปริมาณหลักคือ ปริมาณสเกลาร์ (Scalar Quantities) และปริมาณเวกเตอร์ (Vectors Quantities)

ในการบวกลบสองเวกเตอร์เพื่อหาเวกเตอร์ลัพธ์สามารถใช้กฎสี่เหลี่ยมด้านขนานและกฎสามเหลี่ยม ทำโดยนำสองเวกเตอร์มาเขียนให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือรูปสามเหลี่ยมและลากเส้นจากจุดกำเนิด (หาง) ของเวกเตอร์ตัวแรกไปยังส่วนปลาย (หัว) ของเวกเตอร์ตัวสอง เส้นตรงที่ได้คือเวกเตอร์ลัพธ์

มีวิธีการคำนวณเชิงวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ที่ให้คำตอบมีความแม่นยำสูง โดยร่างรูป (Sketch) รูปสองเวกเตอร์ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือรูปสามเหลี่ยม ใช้ค่าความสัมพันธ์ของด้านและมุมคำนวณหาผลลัพธ์ต่างๆ ได้จากกฎของไซน์ (Law of Sines) และกฎของโคซายน์ (Law of Cosines)

แรงที่เกี่ยวข้องกับแรงโน้มถ่วงของโลกนั้นได้แก่ น้ำหนัก แรงปฏิกิริยาดังฉาก แรงเสียดทานและแรงตึงเชือก กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Laws for motion) ได้นำเสนอไว้ 3 ข้อในวิชาฟิสิกส์

2. สำคัญการเรียนรู้

1. ปริมาณทางฟิสิกส์ (Physical Quantities)
2. เวกเตอร์ (Vectors)
3. กฎสี่เหลี่ยมด้านขนานและกฎสามเหลี่ยม (Parallelogram Law and Triangle Law)
4. แรง (Force)
5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Laws for Motion)

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

เพื่อให้มีความรู้และเข้าใจปริมาณทางฟิสิกส์ เวกเตอร์ กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน กฎสี่เหลี่ยมด้านขนาน กฎสามเหลี่ยมและแรง ใช้กฎของไซน์กับกฎของโคซายน์แก้โจทย์ปัญหาเรื่องแรง

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. อธิบายปริมาณทางฟิสิกส์ เวกเตอร์ กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน กฎสี่เหลี่ยมด้านขนาน กฎสามเหลี่ยมและแรงได้
2. ใช้กฎของไซน์กับกฎของโคซายน์แก้โจทย์ปัญหาเรื่องของแรงได้ถูกต้อง
3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสาขางานโยธาได้

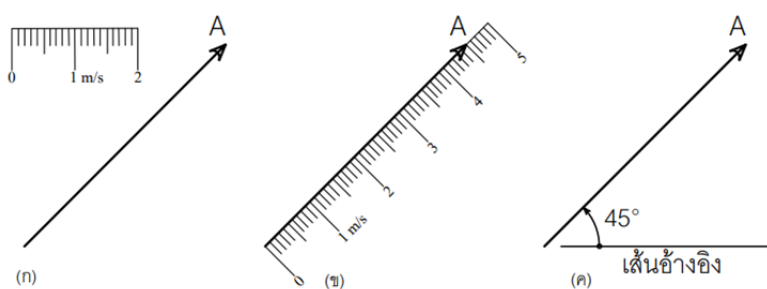
4. การเรียนรู้

4.1 ปริมาณทางฟิสิกส์ (Physical Quantities)

ปริมาณทางฟิสิกส์ (Physical Quantities) จะสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ปริมาณหลักคือ ปริมาณสเกลาร์ (Scalar Quantities) และปริมาณเวกเตอร์ (Vectors Quantities) โดยปริมาณที่บอกแค่ขนาดเพียงอย่างเดียวแล้วทำให้เราสามารถเข้าใจได้ จะเป็นปริมาณสเกลาร์ เช่น ปริมาณอุณหภูมิ มวล กำลัง ระยะทาง อัตราเร็ว อัตราเร่ง เป็นต้น แต่สำหรับปริมาณใดที่บอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะทำให้เราสามารถเข้าใจได้ จะเรียกปริมาณนั้นว่า ปริมาณเวกเตอร์ เช่น แรง โมเมนตัม โมเมนตัมเชิงมุม ความเร็ว ความเร่ง เป็นต้น

4.2 เวกเตอร์ (Vectors)

พิจารณาในรูปที่ 2.1 เวกเตอร์ A จะเขียนแทนด้วยรูปเรขาคณิตเป็นเส้นตรงที่มีปลายด้านใดด้านหนึ่งมีหัวลูกศร ขนาดของเวกเตอร์อาจทำได้โดยการเขียนเส้นตรงที่ใช้มาตราส่วนกำกับ รูปที่ 2.1 (ข) เราใช้มาตราส่วนวัดขนาดของเวกเตอร์ A ได้เท่ากับ 4.5 m/s แต่เวกเตอร์ต้องมีทั้งขนาดและทิศทาง ดังนั้นในรูปที่ 2.1 (ค) จะเขียนเส้นอ้างอิงในแนวระดับและทำการวัดมุมที่เส้นตรงวางตัวเอียงกับแนวราบ ได้ค่ามุม 45° เมื่อพิจารณาเข้ากับทิศทางของหัวลูกศรที่ชี้ทิศขึ้นสองสิ่งนี้เองคือทิศทางของเวกเตอร์ A



รูปที่ 2.1

4.3 กฎสี่เหลี่ยมด้านขนานและกฎสามเหลี่ยม (Parallelogram Law and Triangle Law)

สองเวกเตอร์ A และ B มีขนาดและทิศทางตามรูปที่กำหนดให้เวกเตอร์ C คือผลลัพธ์การบวกกันของเวกเตอร์ทั้งสองหรือเขียนได้ว่า $C = A+B$ ถ้าเราจะใช้กฎสี่เหลี่ยมด้านขนาน (Parallelogram Law) เพื่อหาผลลัพธ์ของเวกเตอร์ C ดังกล่าวจะใช้การเขียนรูปแสดงดังรูปที่ 2.2 (ค) ทำโดยนำเวกเตอร์ A และ B มาเขียนที่จุดกำเนิดเดียวกัน (หรืออาจเรียกว่า ส่วนหางอยู่จุดเดียวกัน) จากนั้นก็เขียนเวกเตอร์ทั้งสองตามขนาดและทิศทางของแต่ละเวกเตอร์ จากนั้นลากเส้นขนานเวกเตอร์ A โดยให้มีจุดกำเนิดที่ปลายเวกเตอร์ B (หรืออาจเรียกว่า ส่วนหัวเวกเตอร์ B) เส้นขนานเวกเตอร์ A นี้จะมีขนาดและทิศทางเท่ากับเวกเตอร์ A จากนั้นสร้างเส้นขนานเวกเตอร์ B ทำเช่นเดียวกันกับที่อธิบายมาแล้วจะได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

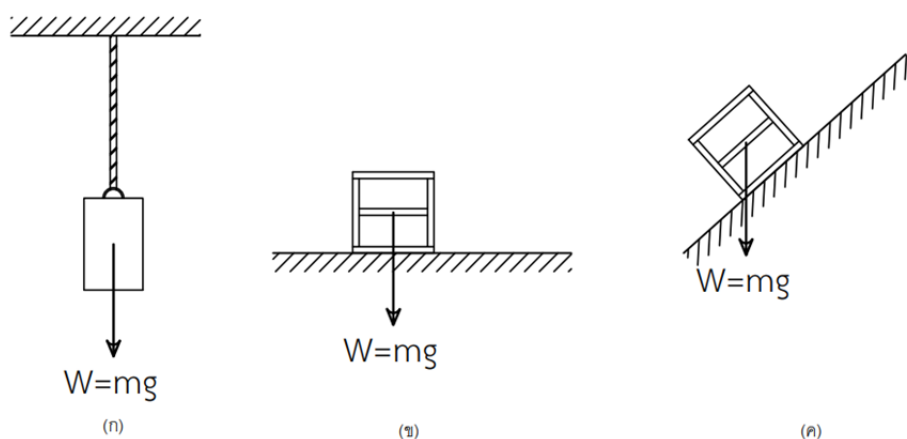
4.4 แรง (Force)

นักวิทยาศาสตร์ได้ค้นพบแรงพื้นฐานของธรรมชาติมีอยู่ 4 ชนิดคือ 1. แรงโน้มถ่วง (Gravitational Force) 2. แรงแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Force) 3. แรงนิวเคลียร์ชนิดอ่อน (Weak Nuclear Force) และ 4. แรงนิวเคลียร์ชนิดเข้ม (Strong Nuclear Force) แต่สำหรับหนังสือเล่มนี้จะเรียนเรื่องแรงที่เกี่ยวข้องกับแรงโน้มถ่วงของโลกนั่นคือ น้ำหนัก แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก แรงเสียดทานและแรงตึงเชือก

น้ำหนัก (Weight) เป็นแรงที่เกิดจากโลกดึงดูดวัตถุต่างๆ ไว้ ดังนั้นแรงนี้จะมีทิศทางในแนวตั้งสู่พื้นผิวดินหรือใจกลางของโลกเสมอ พิจารณาในรูปที่ 2.6 ประกอบ ขนาดของน้ำหนักจะมีค่าเท่ากับ $W = mg$ หน่วยเป็น N (อ่านว่านิวตัน)

โดยที่ m = มวลของวัตถุ มีหน่วยเป็น kg

g = ค่าแรงดึงดูดของโลก มีค่าคงที่เขียนโดยประมาณเท่ากับ 9.81 m/s^2



รูปที่ 2.6

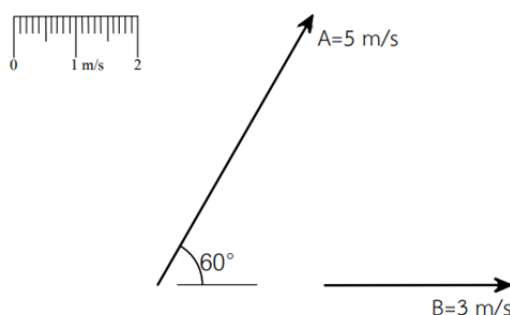
4.5 กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Laws for Motion)

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Laws for Motion) ได้นำเสนอไว้ 3 ข้อในวิชาฟิสิกส์แบบดั้งเดิม กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 (Newton's First Law) “วัตถุจะหยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ในแนวเส้นตรง นอกจากจะมีแรงลัพธ์ที่ไม่เท่ากับศูนย์มากระทำต่อวัตถุนั้น”

$$\text{สูตร} \quad \sum \vec{F} = 0$$

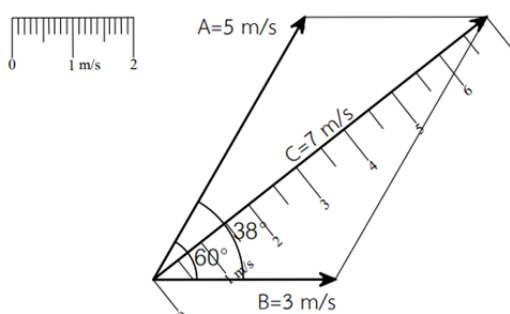
ความหมายของสูตรดังกล่าวคือ วัตถุที่หยุดนิ่งผลรวมของแรง F ทั้งหมดต้องเท่ากับศูนย์ ซึ่งอาจไม่มีแรงใดเลยที่มากระทำกับวัตถุหรือถ้ามีแรงเหล่านั้นจะหักล้างกันหมดเท่ากับศูนย์ แต่ถ้าวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่เป็นแนวเส้นตรงนั้นคือวัตถุอาจมีแรงกระทำแต่แรงนั้นมีค่าเท่ากับแรงต้านทานการเคลื่อนที่ของวัตถุ ดังนั้นแรงกระทำทั้งหมดจะหักล้างกันเท่ากับศูนย์ วัตถุก็จะเคลื่อนที่อย่างนั้นด้วยความเร็วคงที่และทิศทางไม่เปลี่ยนแปลง กฎของนิวตันข้อนี้จะเกี่ยวข้องกับการสมดุลของวัตถุต่อแรงที่มากระทำและค่าความเฉื่อยของมวล

ตัวอย่างที่ 2.1 เวกเตอร์ A และเวกเตอร์ B แสดงขนาดและทิศทางดังในรูปที่ 2.10 จงใช้กฎสี่เหลี่ยมด้านขนานหาเวกเตอร์ลัพธ์ C จากข้อกำหนด $C = A + B$



รูปที่ 2.10

วิธีทำ นำเวกเตอร์ทั้งสองมาเขียนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยใช้มาตราส่วนและค่ามุมกำกับ



รูปที่ 2.11

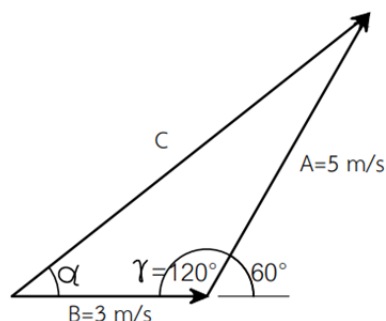
จากการวัดระยะและวัดค่ามุมจะได้เวกเตอร์ C มีขนาด 7 m/s ทิศทางชี้ขึ้น วางตัวทำมุมกับแนวระดับ 38°

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.2 จากเวกเตอร์ A และเวกเตอร์ B แสดงดังรูปที่ 2.10 จงใช้กฎของโคซายน์หาเวกเตอร์ลัพธ์ C

จากข้อกำหนด $C = A + B$ และใช้กฎของไซน์คำนวณหาค่ามุมที่เวกเตอร์ลัพธ์ C กระทำกับแนวราบ

วิธีทำ นำเวกเตอร์ทั้งสองมาร่างเป็นรูปสามเหลี่ยม



รูปที่ 2.12

หาค่ามุมตรงข้ามด้าน C

$$\gamma = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

จากกฎของโคซายน์

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

แทนค่า

$$c^2 = (5 \text{ m/s})^2 + (3 \text{ m/s})^2 - 2(5 \text{ m/s})(3 \text{ m/s}) \cos 120^\circ$$

$$c = \sqrt{49 (\text{m/s})^2}$$

ขนาดของเวกเตอร์ C

$$c = 7 \text{ m/s}$$

ตอบ

จากกฎของไซน์

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

แทนค่า

$$\frac{5 \text{ m/s}}{\sin \alpha} = \frac{3 \text{ m/s}}{\sin \beta} = \frac{7 \text{ m/s}}{\sin 120^\circ}$$

นำค่าความสัมพันธ์คู่หนึ่งมาหาค่ามุมที่เวกเตอร์ C วางตัวกับแนวราบ

$$\frac{5 \text{ m/s}}{\sin \alpha} = \frac{7 \text{ m/s}}{\sin 120^\circ}$$

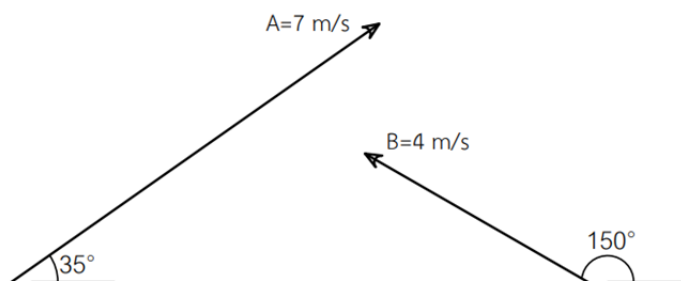
$$\sin \alpha = \left(\frac{5 \text{ m/s}}{7 \text{ m/s}} \right) \sin 120^\circ$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0.619)$$

ค่ามุมที่เวกเตอร์ C วางตัวกับแนวราบ $\alpha = 38.243^\circ$

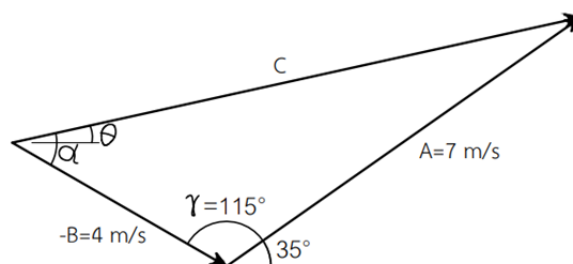
ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.3 จากเวกเตอร์ A และเวกเตอร์ B แสดงดังรูปที่ 2.13 จงใช้กฎของไซน์และกฎของโคซายน์หาเวกเตอร์ลัพธ์ C และค่ามุมที่เวกเตอร์ลัพธ์ C กระทำกับแนวราบ จากข้อกำหนด $C = A + (-B)$



รูปที่ 2.13

วิธีทำ นำเวกเตอร์ทั้งสองมาร่างเป็นรูปสามเหลี่ยม



รูปที่ 2.14

หาค่ามุมตรงข้ามด้าน C

$$\gamma = 150^\circ - 35^\circ = 115^\circ$$

จากกฎของโคซายน์

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

แทนค่า

$$c^2 = (7 \text{ m/s})^2 + (4 \text{ m/s})^2 - 2(7 \text{ m/s})(4 \text{ m/s}) \cos 115^\circ$$

$$c = \sqrt{88.667 \left(\text{m/s} \right)^2}$$

ขนาดของเวกเตอร์ C

$$c = 9.416 \text{ m/s}$$

ตอบ

จากกฎของซายน์

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

แทนค่า

$$\frac{7 \text{ m/s}}{\sin \alpha} = \frac{4 \text{ m/s}}{\sin \beta} = \frac{9.416 \text{ m/s}}{\sin 115^\circ}$$

นำค่าความสัมพันธ์คู่หนึ่งมาหาค่ามุม α

$$\frac{7 \text{ m/s}}{\sin \alpha} = \frac{9.416 \text{ m/s}}{\sin 115^\circ}$$

$$\sin \alpha = \left(\frac{7 \text{ m/s}}{9.416 \text{ m/s}} \right) \sin 115^\circ$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0.674)$$

$$\alpha = 42.377^\circ$$

ค่ามุมที่เวกเตอร์ลัพธ์ C วางตัวทำมุมกับแนวราบเท่ากับ $\theta = 42.377^\circ - (180^\circ - 150^\circ) = 12.377^\circ$ **ตอบ**

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 2 ในหนังสือแบบเรียนวิชากลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 2 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

เอกชัย รัตนโน. กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น (Introduction to Structural Mechanics)

รหัสวิชา 20121-2010, พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน), พิมพ์ครั้งที่ 1

พ.ศ. 2565

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 2
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 2
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักเรียน ร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 2 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับ การประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

- 8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทาง อินเทอร์เน็ต
- 8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับ เนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

- ทำในหนังสือแบบเรียน บทที่ 2 เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่
- 8.2.1 แบบทดสอบก่อนเรียนบทที่ 2 เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่
 - 8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 2 เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่
 - 8.2.3 แบบทดสอบหลังเรียนบทที่ 2 เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนรู้ของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 2 เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบฝึกหัด จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
2. แบบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล							
บทที่ 2 เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่							
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น รหัสวิชา 20121-2010				วิทยาลัย			
ชื่อ-สกุล..... ระดับ.....				ครู			
ที่	รายการประเมิน	*คะแนนแบบทดสอบ		**คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้		*ข้อที่	**ข้อที่
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	ปริมาณทางฟิสิกส์						
2	เวกเตอร์						
3	กฎสี่เหลี่ยมด้านขนานและกฎสามเหลี่ยม						
4	แรง						
5	กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน						
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		รวม	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	หน่วยที่ 3
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	เวลาเรียนรวม 36 ชม.
ชื่อหน่วย บทที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง	สอนครั้งที่ 7-8/18
ชื่อเรื่อง การดำเนินการต่อระบบแรง	จำนวน 4 คาบ

1. สำคัญ

ความหมาย “การเท่าเทียม” (Equivalence) ในกลศาสตร์ (Mechanical) หมายถึงสองเวกเตอร์มีความสามารถในการแลกเปลี่ยนกันได้โดยไม่ทำให้ผลลัพธ์ของปัญหาในกลศาสตร์เปลี่ยนไป

แรง (Force) ในเงื่อนไขของกลศาสตร์ (Mechanical) จะมีปฏิกิริยาต่อวัตถุ แรงจะมีผลกระทบให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่และเกิดการเสียรูป

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หาแรงลัพธ์ R และค่ามุมที่วัดจากแกนหลัก ในที่นี้คือแกน x

แรงเมื่อไปกระทำกับวัตถุแข็งเกร็งใดก็จะพยายามทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของแรงนั้นๆ แต่มีเงื่อนไขว่าแรงนั้นจะต้องกระทำผ่านจุดศูนย์กลางของวัตถุ แต่ถ้าแรงกระทำเยื้องจุดศูนย์กลางของวัตถุแรงจะพยายามทำให้วัตถุมีการเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของแนวแรงแต่วัตถุจะมีแนวโน้มเกิดการหมุน (Rotate) เราจะเรียกปริมาณนี้ว่า “โมเมนต์ (Moment)” ซึ่งถือเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทั้งขนาดและทิศทาง

2. สำคัญ

1. การเท่าเทียมของเวกเตอร์ (Equivalent of Vectors)
2. ระบบแรงร่วมจุด (Concurrent Force Systems)
3. ผลลัพธ์ของระบบแรงร่วมจุด (Concurrent Force Systems of Resultant)
4. โมเมนต์ของแรงรอบจุด (Moment of a Force about a Point)
5. หลักการของโมเมนต์ (Principle of Moment)

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เพื่อให้มีความรู้และเข้าใจการเท่าเทียมของเวกเตอร์ สามารถแสดงวิธีการคำนวณโจทย์ปัญหา ระบบแรงร่วมจุด ผลลัพธ์ของระบบแรงร่วมจุด โมเมนต์ของแรงรอบจุด และใช้หลักการของโมเมนต์ได้อย่างถูกต้อง

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. อธิบายการเท่าเทียมของเวกเตอร์ ระบบแรงร่วมจุด โมเมนต์ของแรงรอบจุดและหลักการของโมเมนต์ได้อย่างถูกต้อง
2. สามารถแสดงวิธีการคำนวณโจทย์ปัญหาในระบบแรงร่วมจุด ผลลัพธ์ของระบบแรงร่วมจุด โมเมนต์ของแรงรอบจุดและใช้หลักการของโมเมนต์ได้อย่างถูกต้อง
3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสถานการณ์โยธาได้

4. การเรียนรู้

4.1 การเท่าเทียมของเวกเตอร์ (Equivalent of Vectors)

จากที่เราทำการศึกษาในบทที่แล้วมาทำให้เราทราบว่า ปริมาณเวกเตอร์จะต้องประกอบด้วย ขนาด ทิศทาง และมีความสามารถรวมกันหรือบวกกันได้ตามกฎหมายของสี่เหลี่ยมด้านขนาน นอกจากนี้เวกเตอร์ยังมีคุณสมบัติในการเลื่อนตำแหน่งได้แต่ขนาดและทิศทางต้องเท่าเดิมหรือเหมือนเดิม

ความหมาย“การเท่าเทียม (Equivalence)” ในกลศาสตร์ (Mechanical) หมายถึงสองเวกเตอร์มีความสามารถในการแลกเปลี่ยนกันได้โดยไม่ทำให้ผลลัพธ์ของปัญหาในกลศาสตร์เปลี่ยนไป

ความเท่าเทียมกันอาจจะไม่ได้ส่งผลเสมอไป ตัวอย่างเช่น แรงที่กระทำกับจุดใดจุดหนึ่งของวัตถุไม่จำเป็นต้องมีผลต่อวัตถุในจุดอื่นๆ

4.2 ระบบแรงร่วมจุด (Concurrent Force Systems)

แรง (Force) ในเงื่อนไขของกลศาสตร์ (Mechanical) จะมีปฏิกิริยาต่อวัตถุ แรงจะมีผลกระทบให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่และเกิดการเสียรูป ดังนั้นแรงย่อมมีทิศทางสัมผัสระหว่างวัตถุหรืออาจจะประยุกต์การเคลื่อนตัว (เช่น แรงดึงดูด) แรงจะกระทำสัมผัสอยู่กระจายทั่วพื้นผิวของวัตถุในขณะที่แนวแรงกิริยา (Line of Action) ซึ่งจะมีระยะทางจะกระทำแบบกระจายทั่วปริมาตรของวัตถุ

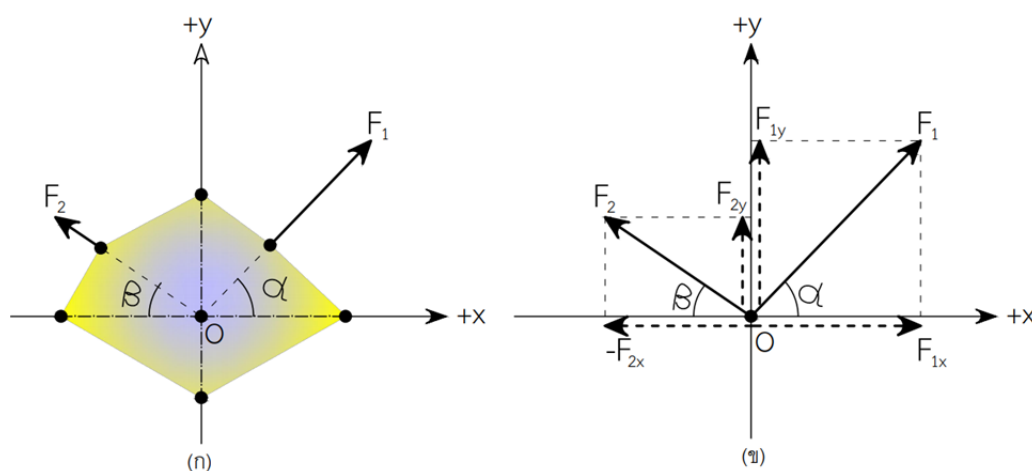
ในบางครั้งแรงที่กระทำสัมผัสอยู่กระจายทั่วพื้นผิวของวัตถุ โดยอาจประยุกต์ให้กระทำต่อพื้นที่เล็กๆแบบจุดได้ ซึ่งกรณีนี้เรียกว่า แรงร่วมจุดสัมผัส

4.3 ผลลัพธ์ของระบบแรงร่วมจุด (Concurrent Force Systems of Resultant)

พิจารณาในรูปที่ 3.2 (ก) แรง F_1 และ F_2 กระทำกับวัตถุแข็งเกร็งในระนาบ แรงทั้งสองกระทำร่วมกันที่จุด O และที่จุดนี้ยังเป็นจุดกำเนิดของระบบแกนคาร์ทีเซียนใน 2 มิติ (Cartesian Coordinate in 2 Dimensional) ที่มีแกนแนวนอนเป็นแกน x ให้ชี้ทิศของแกนไปทางขวามือของจุด O มีค่าบวก แกนแนวตั้งเป็นแกน y ให้ชี้ทิศของแกนพุ่งขึ้นจากจุด O มีค่าบวก การชี้ทิศที่ตรงกันข้ามจากที่กล่าวมาแล้วทั้งสองแกนจะเป็นค่าลบ

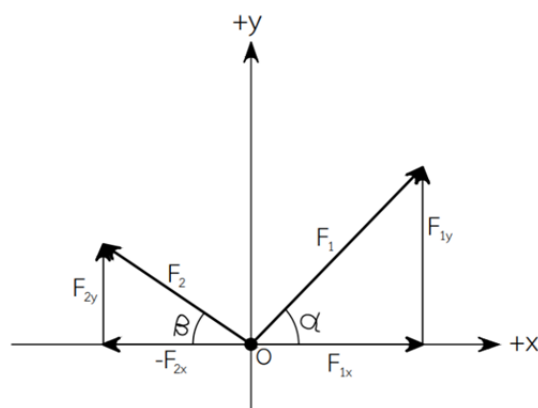
แกนทั้งสองดังกล่าวจะวางตัวตั้งฉากกันและตัดกันที่จุด O ดังนั้นอาจเรียกอีกอย่างว่า “ระบบแกนพิกัดฉาก” ดังนั้นจะทำให้เกิดพื้นที่ 4 พื้นที่เรียกว่า “จตุภาค” พื้นที่บนขวาจะเรียกว่า จตุภาค 1 จากนั้นนับวนไปตามทิศทางทวนเข็มนาฬิกาจะได้ จตุภาค 2 จตุภาค 3 และจตุภาค 4 ซึ่งเป็นพื้นที่ล่างขวา

แรง F_1 และ F_2 ที่กระทำกับวัตถุแข็งเกร็งและค่ามุมที่แรงลัพธ์กระทำกับแนวราบ สามารถหาค่าแรงลัพธ์ของแรงทั้งสองได้ โดยมีขั้นตอนการดำเนินการอยู่ 2 ขั้นตอนด้วยกัน ดังนี้



รูปที่ 3.2

ขั้นตอนที่ 1 เขียนรูปอิสระ (Free Body Diagrams) ของระบบแรงให้เป็นแรงร่วมจุดโดยเลื่อนตำแหน่งของแรง F_1 และ F_2 ลงไปให้มีจุดกำเนิดของแรงอยู่ร่วมกันที่จุด O จากนั้นใช้กฎของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเขียนรูปองค์ประกอบของแรง F_1 และ F_2 ตามแนวแกน x และ y แสดงดังรูปที่ 3.2 (ข)



รูปที่ 3.3

ขั้นตอนที่ 2 ใช้เงื่อนไขของเวกเตอร์อิสระนำแรง F_{1y} และ F_{2y} ไปเขียนให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากปิด (หางต่อหัว) แสดงดังรูปที่ 3.2 ประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเข้าช่วยเพื่อคำนวณหาองค์ประกอบของแรงตามแนวแกน ดังนี้

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{F_{1y}}{F_1} & \text{ดังนั้น} & & F_{1y} &= F_1 \sin \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{F_{1x}}{F_1} & \text{ดังนั้น} & & F_{1x} &= F_1 \cos \alpha \\ \sin \beta &= \frac{F_{2y}}{F_2} & \text{ดังนั้น} & & F_{2y} &= F_2 \sin \beta \\ \cos \beta &= \frac{-F_{2x}}{F_2} & \text{ดังนั้น} & & -F_{2x} &= F_2 \cos \beta\end{aligned}$$

4.4 โมเมนต์ของแรงรอบจุด (Moment of a Force About a Point)

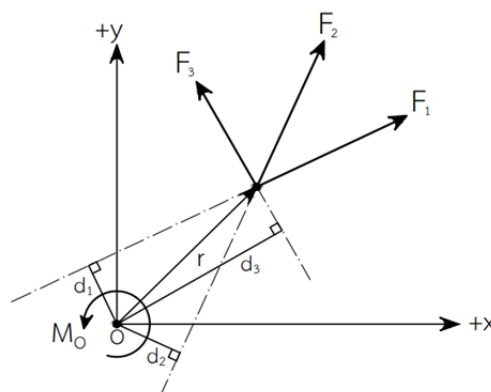
โดยทั่วไป แรงเมื่อไปกระทำกับวัตถุแข็งเกร็งใดก็จะพยายามทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของแรงนั้นๆ แต่มีเงื่อนไขว่าแรงนั้นจะต้องกระทำผ่านจุดศูนย์กลางของวัตถุ แต่ถ้าแรงกระทำเยื้องจุดศูนย์กลางของวัตถุ ถ้าระยะเยื้องมีค่าน้อยๆ แรงก็ยังพยายามทำให้วัตถุมีการเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของแนวแรงเช่นเดิม แต่วัตถุจะมีแนวโน้มเกิดการหมุน (Rotate) ถ้าระยะเยื้องมีค่ามากขึ้น แรงจะไม่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปตามทิศทางแรง แต่จะทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่แบบหมุน เรียกปริมาณที่ทำให้วัตถุเกิดการหมุนนี้ว่า “โมเมนต์ (Moment)” ซึ่งถือเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทั้งขนาดและทิศทาง

4.5 หลักการของโมเมนต์ (Principle of Moment)

การคำนวณหาโมเมนต์รอบจุด (Moment of a Force About a Point) บ่อยครั้งเราจะใช้หลักการของโมเมนต์ในการแก้ปัญหา หลักการนี้ถูกนำเสนอโดย ทฤษฎีบทวาริยอง (Varignon's Theorem)

ทฤษฎีบทได้ให้หลักการไว้ว่า “โมเมนต์ของแรงรอบจุดจะเท่ากับองค์ประกอบของโมเมนต์รอบจุดนั้น” พิจารณารูปที่ 3.9 ประกอบ ระบบแรงร่วมจุด F_1 , F_2 และ F_3 มีจุดกำเนิดที่จุด A เวกเตอร์ r กระทำในทิศทางพุ่งจากจุด O ไปหาจุด A โดยจะหาโมเมนต์รอบจุด O ตามหลักการของโมเมนต์ได้ดังนี้

$$M_O = (r \times F_1) + (r \times F_2) + (r \times F_3)$$

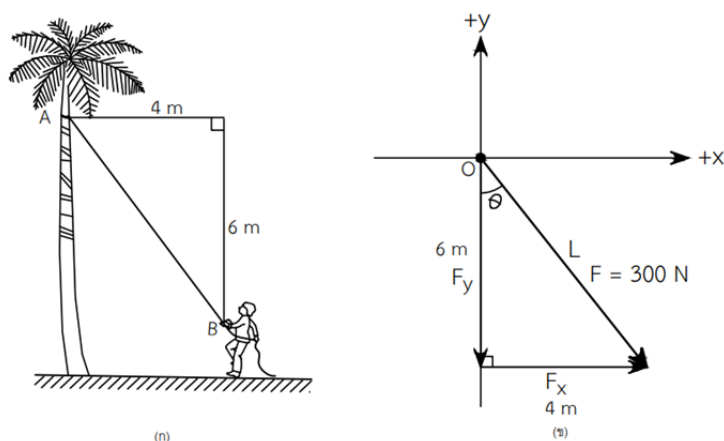


รูปที่ 3.9

ถ้าจะหาโมเมนต์รอบจุด O โดยใช้วิธีการสเกลาร์ (Scalar Method) จะต้องใช้ความรู้สึกเข้าตรวจสอบว่าในแต่ละแรงทำให้เกิดโมเมนต์รอบจุด O หมุนไปทางใด และโดยเฉพาะเราจะต้องหาค่า d (ระยะทางที่ตั้งฉากกับเส้นแนวแรงไปยังจุดหมุน) ให้แม่นยำ ตามหลักการของโมเมนต์จะคำนวณหาโมเมนต์รอบจุด O ได้จาก

$$M_O = (F_1 d_1) + (F_2 d_2) + (F_3 d_3)$$

ตัวอย่างที่ 3.1 นาย A ออกแรงดึง 300 N กับเส้นเชือกที่ผูกติดกับต้นมะพร้าวที่จุด A แสดงดังรูปที่ 3.10 (ก) จงคำนวณหาองค์ประกอบของแรงดึงในเส้นเชือกทั้งแนวราบและแนวตั้ง



รูปที่ 3.10

วิธีทำ เขียนรูปอิสระแสดงแรงและองค์ประกอบของแรงแสดงดังรูปที่ 3.10 (ข)

หาความยาวของเส้นเชือก จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$L = \sqrt{4 \text{ m}^2 + 6 \text{ m}^2} = \sqrt{52} \text{ m}$$

ตรีโกณมิติ

$\sin \theta = \text{ข้าม/ฉาก}$ จะได้ว่า

$$\frac{F_x}{300 \text{ N}} = \frac{4 \text{ m}}{\sqrt{52} \text{ m}}$$

องค์ประกอบของแรงในแนวราบ (แกน x)

$$F_x = 300 \text{ N} \left(\frac{4 \text{ m}}{\sqrt{52} \text{ m}} \right) = 166.410 \text{ N} \quad \text{จาก}$$

ตรีโกณมิติ

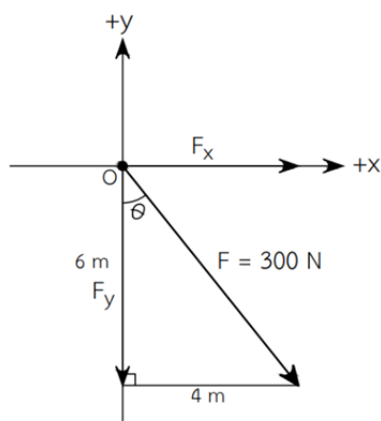
$\cos \theta = \text{ชิด/ฉาก}$ จะได้ว่า

$$\frac{F_y}{300 \text{ N}} = \frac{6 \text{ m}}{\sqrt{52} \text{ m}}$$

องค์ประกอบของแรงในแนวตั้ง (แกน y)

$$F_y = 300 \text{ N} \left(\frac{6 \text{ m}}{\sqrt{52} \text{ m}} \right) = 249.615 \text{ N}$$

มีวิธีการหาค่าประกอบของแรงโดยไม่ต้องใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะใช้เพียงตรีโกณมิติ พิจารณา รูปที่ 3.11 ประกอบ



รูปที่ 3.11

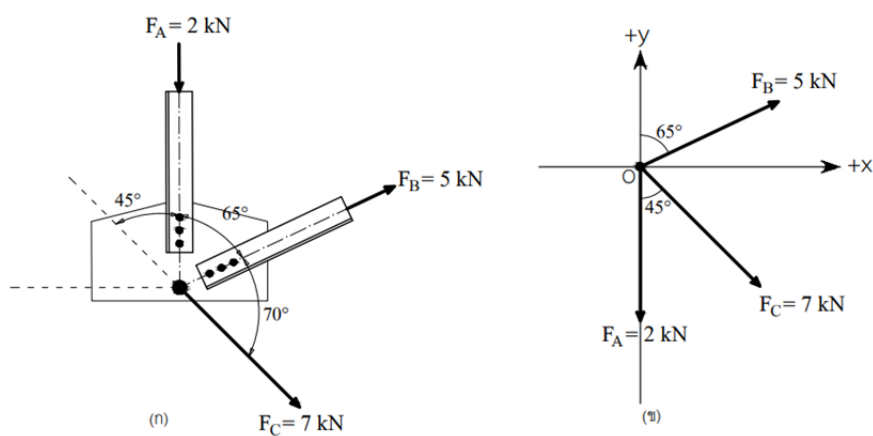
หาค่ามุม $\tan \theta = \text{ข้าม/ชิด}$ จะได้ว่า $\tan \theta = \frac{4 \text{ m}}{6 \text{ m}}$ หรือ $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{4 \text{ m}}{6 \text{ m}} \right) = 33.690^\circ$

เปิดเข้ามุม ใช้ $\cos \theta$ $F_y = 300 \text{ N} (\cos 33.690^\circ) = 249.615 \text{ N}$

เปิดออกมุม ใช้ $\sin \theta$ $F_x = 300 \text{ N} (\sin 33.690^\circ) = 166.410 \text{ N}$

ตัวอย่างที่ 3.2 รอยต่อเหล็กฉากยึดติดกันด้วยสลักเกลียวและแผ่นเหล็กประกบ วางตัวทำมุมและรับแรง แสดงดังรูปที่ 3.12 (ก) จงคำนวณหาแรงลัพธ์ของระบบแรงร่วมจุดดังกล่าวและค่ามุมที่แรงลัพธ์กระทำกับแนวนราบ

วิธีทำ นำไปเขียนรูปอิสระและหาค่ามุมที่แรงกระทำกับแกน x หรือ แกน y แสดงดังรูปที่ 3.12 (ข)



รูปที่ 3.12

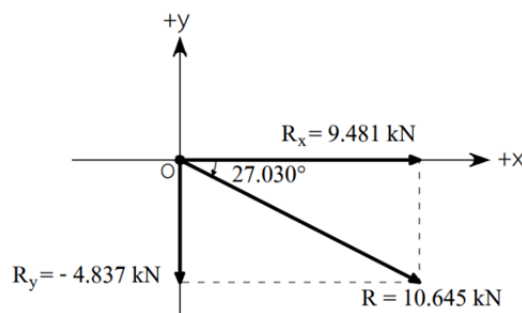
ผลรวมของแรงในแกน x ; $R_x = 5 \text{ kN} (\sin 65^\circ) + 7 \text{ kN} (\sin 45^\circ) = 9.481 \text{ kN}$

ผลรวมของแรงในแกน y ; $R_y = 5 \text{ kN} (\cos 65^\circ) - 7 \text{ kN} (\cos 45^\circ) - 2 \text{ kN} = -4.837 \text{ kN}$

แรงลัพธ์ของระบบแรงร่วมจุด $R = \sqrt{(9.481 \text{ kN})^2 + (-4.837 \text{ kN})^2} = 10.645 \text{ kN}$ ตอบ

ค่ามุมที่แรงลัพธ์กระทำกับแกน x ; $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-4.837 \text{ kN}}{9.481 \text{ kN}} \right) = -27.03^\circ$ ตอบ

อนึ่ง ค่ามุมจะออกมาติดลบเพราะเป็นการวัดมุมในทิศทางตามเข็มนาฬิกา



รูปที่ 3.13

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 3 ในหนังสือแบบเรียนวิชากลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 3 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

เอกชัย รัตนโน. กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น (Introduction to Structural Mechanics)

รหัสวิชา 20121-2010, พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน), พิมพ์ครั้งที่ 1

พ.ศ. 2565

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 3
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 3
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักเรียน ร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 3 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับ การประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

- 8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทาง อินเทอร์เน็ต
- 8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับ เนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

ทำในหนังสือแบบเรียน บทที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง

- 8.2.1 แบบทดสอบก่อนเรียนบทที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง
- 8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง
- 8.2.3 แบบทดสอบหลังเรียนบทที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนรู้ของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบฝึกหัด จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
2. แบบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล							
บทที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง							
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น รหัสวิชา 20121-2010				วิทยาลัย			
ชื่อ-สกุล..... ระดับ.....				ครู			
ที่	รายการประเมิน	*คะแนนแบบทดสอบ		**คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้		*ข้อที่	**ข้อที่
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	การเท่าเทียมของเวกเตอร์						
2	ระบบแรงร่วมจุด						
3	ผลลัพธ์ของระบบแรงร่วมจุด						
4	โมเมนต์ของแรงรอบจุด						
5	หลักการของโมเมนต์						
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		รวม	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	หน่วยที่ 4
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	เวลาเรียนรวม 36 ชม.
ชื่อหน่วย บทที่ 4 สมดุลในระนาบ	สอนครั้งที่ 9-10/18
ชื่อเรื่อง สมดุลในระนาบ	จำนวน 4 คาบ

1. สารสำคัญ

การสมดุล หมายถึง ทั้งแรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์ของระบบแรงที่กระทำกับวัตถุมีค่าเท่ากับศูนย์

สมการสมดุลในการคำนวณในระนาบ(Coplanar Equilibrium)มีอยู่ด้วยกัน 3 สมการ

$\sum F_x = 0$ หมายความว่า ผลรวมตามเครื่องหมายของแรงในแกน x มีค่าเท่ากับศูนย์

$\sum F_y = 0$ หมายความว่า ผลรวมตามเครื่องหมายของแรงในแกน y มีค่าเท่ากับศูนย์

$\sum M_{point} = 0$ หมายความว่า ผลรวมตามเครื่องหมายของโมเมนต์รอบจุดใดๆ มีค่าเท่ากับศูนย์

ขั้นตอนแรกในการแก้ปัญหาคือ การแยกแยะแรงที่มากระทำกับวัตถุทั้งหมด รวมถึงแรงปฏิกิริยาที่มีอยู่ในจุดรองรับแต่ละชนิดเรียกว่า การเขียนแผนภาพอิสระของวัตถุ

2. สารการเรียนรู้

1. นิยามการสมดุล (Definition of Equilibrium)
2. แผนภาพอิสระของวัตถุ (Free-Body Diagram of a Body)
3. แรงปฏิกิริยาของจุดรองรับในระนาบ (Reactions of Coplanar Support)

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

เพื่อให้มีความรู้และเข้าใจนิยามและปัญหาของการสมดุล สามารถใช้ความรู้ในสมการสมดุล การเขียนแผนภาพอิสระของวัตถุ และแรงปฏิกิริยาที่จุดรับคำนวณแก้ปัญหาค่าสมดุลในระนาบได้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. อธิบายการนิยามของการสมดุลได้ถูกต้อง
2. สามารถแสดงวิธีการคำนวณปัญหาการสมดุลสถิตยศาสตร์ในระนาบได้โดยใช้สมการสมดุล การเขียนแผนภาพอิสระของวัตถุ และแรงปฏิกิริยาที่จุดรับ
3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสาขางานโยธาได้

4. การเรียนรู้

4.1 นิยามการสมดุล (Definition of Equilibrium)

วัตถุจะอยู่ในสภาวะการสมดุลก็ต่อเมื่อผลลัพธ์ของระบบแรงที่กระทำกับวัตถุนั้นหายไปหรืออาจกล่าวได้ว่า การสมดุลทั้งแรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์ของระบบแรงที่กระทำกับวัตถุมีค่าเท่ากับศูนย์

การที่วัตถุไม่มีผลลัพธ์ของระบบแรงหมายความว่า วัตถุนั้นไม่มีแนวโน้มที่จะเคลื่อนไหว ซึ่งเป็นจุดสำคัญที่นำมาซึ่งการแก้ปัญหาประเภท “สถิตยศาสตร์” รวมถึงการใช้สมการสมดุลในการคำนวณ สำหรับการพิจารณาการสมดุลในระนาบ (Coplanar Equilibrium) สมการดังกล่าวจะมีอยู่ด้วยกัน 3 สมการ อธิบายได้ดังนี้

$\sum F_x = 0$ หมายความว่า ผลรวมตามเครื่องหมายของแรงในแกน x มีค่าเท่ากับศูนย์

$\sum F_y = 0$ หมายความว่า ผลรวมตามเครื่องหมายของแรงในแกน y มีค่าเท่ากับศูนย์

$\sum M_{\text{point}} = 0$ หมายความว่า ผลรวมตามเครื่องหมายของโมเมนต์รอบจุดใดๆ มีค่าเท่ากับศูนย์

4.2 แผนภาพอิสระของวัตถุ (Free-Body Diagram of a Body)

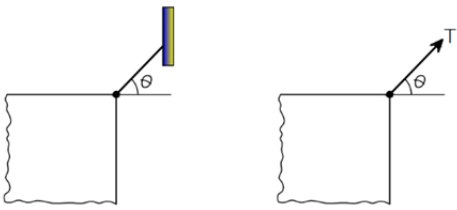
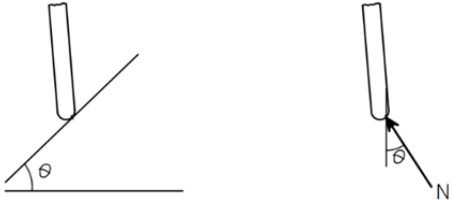
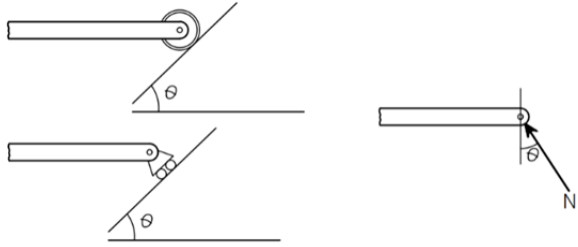
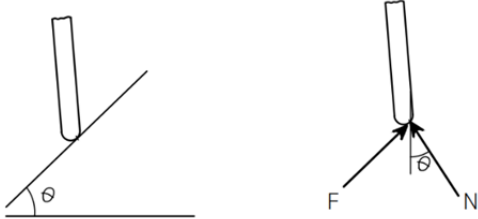
ขั้นตอนแรกในการแก้ปัญหาคือ การแยกแยะแรงที่มากระทำกับวัตถุทั้งหมด รวมถึงแรงปฏิกิริยาที่มีอยู่ในจุดรองรับแต่ละชนิด การเขียนแผนภาพอิสระของวัตถุสามารถสรุปวิธีการทำได้ดังนี้

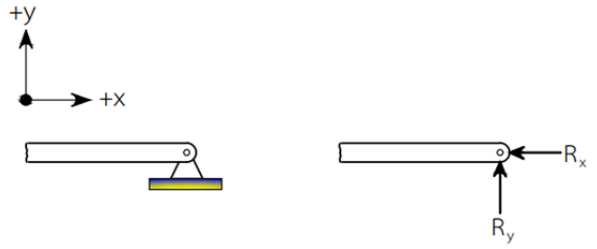
1. ร่างวัตถุที่พิจารณาและเขียนแรงปฏิกิริยาแทนลงในจุดรองรับแต่ละชนิด
2. ประยุกต์แรงที่มากระทำกับวัตถุและเขียนลงในตำแหน่งที่กระทำกับวัตถุ เช่น แรงเนื่องจากน้ำหนักของวัตถุที่กระทำแนวตั้งมีทิศทางชี้ลง ตำแหน่งที่กระทำคือ จุดศูนย์กลางของวัตถุ
3. แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับมันจะเป็นตัวไม่รู้ค่า และเราต้องกำหนดทิศทางไปก่อน เมื่อการคำนวณสิ้นสุด แรงปฏิกิริยาที่ได้มีค่าบวก แสดงว่าทิศทางที่สมมติถูกต้องแล้ว แต่ถ้าตรงกันข้าม ให้ไปแก้ไขทิศทางที่แผนภาพอิสระ และเปลี่ยนเครื่องหมายเป็นบวกสำหรับค่าเดิมที่คำนวณได้
4. เขียนค่ามุม มิตี ชื่อกำกับแรงต่างๆ หรืออื่นๆ ที่มากระทำกับวัตถุให้ครอบคลุมการกระทำของระบบแรงทั้งหมด

4.3 แรงปฏิกิริยาของจุดรองรับในระนาบ (Reactions of Coplanar Support)

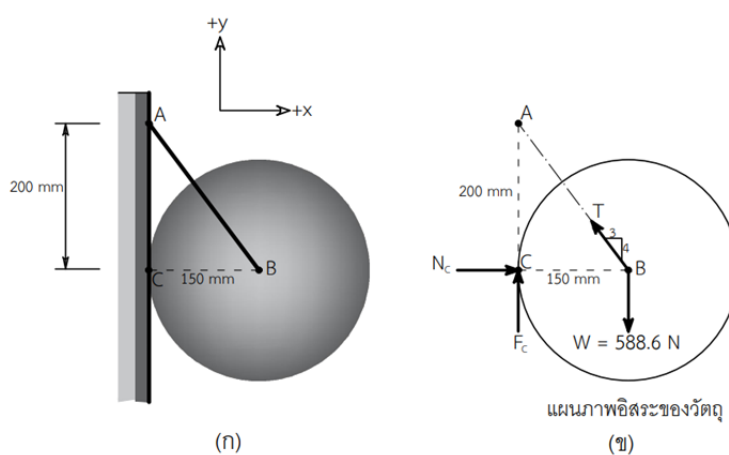
ตารางที่ 4.1 แสดงแรงปฏิกิริยาของจุดรองรับในระนาบ (Coplanar Support) ซึ่งจะแสดงรูปของจุดรองรับ รูปอิสระ การเคลื่อนที่ และจำนวนของตัวไม่รู้ค่า

ตารางที่ 4.1 แรงปฏิกิริยาของจุดรองรับในระนาบ

กรณี	จุดรองรับ/แรงปฏิกิริยา	ลักษณะของแรงปฏิกิริยา	จำนวนตัวไม่รู้ค่า
(ก) เคเบิลรับแรง ตัดโดยน้ำหนักตัว มีค่าน้อยจนไม่ นำมาพิจารณา		เป็นแรงดึงมี ทิศทางการ แนวสายเคเบิล	1
(ข) พิจารณา น้ำหนักของวัตถุ เป็นแรงแบบจุด มากระทำกับ พื้นผิวที่ไม่แรง เสียดทาน		เป็นแรงแบบ จุดกระทำตั้ง ฉากกับพื้นผิว	1
(ค) จุดรองรับ แบบลื่นเลื่อน		เป็นแรงแบบ จุดกระทำตั้ง ฉากกับพื้นผิว ตัวจุดรองรับ สามารถเลื่อน ได้	1
(ง) พิจารณา น้ำหนักของวัตถุ เป็นแรงแบบจุด มากระทำกับ พื้นผิวที่มีแรง เสียดทาน		เป็นแรงแบบ จุดกระทำตั้ง ฉากกับพื้นผิว และมีแรงเสียด ทานที่กระทำ ขนานกับ พื้นผิว	2

(จ) จุดรองรับ แบบหมุน		เป็นแรงแบบ จุดกระทำ ขนานและตั้ง ฉาก ในระนาบ x - y	2
(ฉ) จุดรองรับ แบบยึดแน่น		เป็นแรงแบบ จุดกระทำ ขนานและตั้ง ฉาก ในระนาบ x - y และมีโมเมนต์ รอบจุดกระทำ	3

ตัวอย่างที่ 4.1 วัสดุเนื้อเดียวกันตลอด (Homogeneous) รูปแผ่นจานมีมวล 60 kg วางพิงกำแพงผิวขรุขระ ยึดรั้งด้วยเส้นเชือก AB ที่จุด A แสดงดังรูปที่ 4.1 (ก) จงคำนวณหาแรงในเส้นเชือกและแรงปฏิกิริยาของผนัง เมื่อวัตถุอยู่ในสภาวะหยุดนิ่ง



รูปที่ 4.1

วิธีทำ เขียนแผนภาพอิสระของวัตถุแสดงดังรูปที่ 4.1 (ข) อธิบายได้ดังนี้

ที่จุด B เป็นจุดศูนย์กลางของวัตถุ มีน้ำหนักตัวเอง $W = mg = 60 \text{ kg} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 588.600 \text{ N}$ ทิศทางพุ่งลง

ที่จุด B เส้นเชือก AB พิจารณาให้เป็นแรงดึง T มีทิศทางตามแนวเส้นเชือกโดยไม่คือน้ำหนักของเส้นเชือก

ที่จุด C เป็นจุดสัมผัสระหว่างวัตถุกับพื้นผิวผนัง ซึ่งผนังจะมีแรงปฏิกิริยาขึ้นในแนว x สมมติทิศทางชี้ขวามือ และแรงปฏิกิริยาในแนวแกน y สมมติทิศทางพุ่งขึ้น

จากตรีโกณมิติ $\frac{x}{y} = \frac{150 \text{ mm}}{200 \text{ mm}}$ ใช้ 50 หารทั้งบนและล่าง $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$

หาระยะด้านเอียงของค่าความชัน $s = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

สร้างสมการสมดุลหาแรงหรือตัวไม่รู้ค่าต่างๆ ดังนี้

$$\sum M_{\text{point B}} = 0 \quad + \curvearrowright$$

$$- F_c (150 \text{ mm}) = 0$$

$$\text{หรือ} \quad F_c = 0$$

ตอบ

$$\sum F_y = 0 \quad + \uparrow$$

$$T \left(\frac{4}{5} \right) - 588.600 \text{ N} = 0$$

$$\text{หรือ} \quad T = \frac{588.600 \text{ N} \times 5}{4} = 735.750 \text{ N}$$

ตอบ

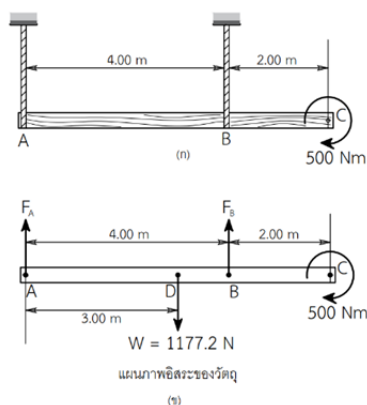
$$\sum F_x = 0 \quad + \rightarrow$$

$$- T \left(\frac{3}{5} \right) + N_c = 0$$

$$\text{หรือ} \quad N_c = \frac{735.750 \text{ N} \times 3}{5} = 441.450 \text{ N}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.2 คานไม้มีเนื้อเดียวกันตลอด (Homogeneous) ยึดรั้งด้วยเส้นเชือก A และ B ที่จุด C มีโมเมนต์ขนาด 500 Nm หมุนรอบจุดในทิศทางตามเข็มนาฬิกา แสดงดังรูปที่ 4.2 (ก) จงคำนวณหาแรงดึงในเส้นเชือกทั้งสองเมื่อวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล



รูปที่ 4.2

วิธีทำ เขียนแผนภาพอิสระของวัตถุแสดงดังรูปที่ 4.2 (ข)

ที่จุด D เป็นจุดศูนย์กลางของวัตถุ มีน้ำหนักตัวเอง $W = mg = 120 \text{ kg} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1177.200 \text{ N}$ ทิศทางพุ่งลง

สร้างสมการสมดุลหาแรงหรือตัวไม่รู้ค่าต่างๆ ดังนี้

$$\sum M_{\text{point A}} = 0 + \curvearrowright$$

$$- 500 \text{ Nm} + F_B (4.00 \text{ m}) - 1177.200 \text{ N} (3.00 \text{ m}) = 0$$

$$F_B (4.00 \text{ m}) - 4031.600 \text{ Nm} = 0$$

ดังนั้น $F_B = \frac{4031.600 \text{ Nm}}{4.00 \text{ m}} = 1007.900 \text{ N} \quad \uparrow$ ตอบ

$$\sum F_y = 0 + \uparrow$$

$$F_A + F_B - 1177.200 \text{ N} = 0$$

$$F_A + 1007.900 \text{ N} - 1177.200 \text{ N} = 0$$

$$F_A - 169.300 \text{ N} = 0$$

ดังนั้น $F_A = 169.300 \text{ N} \quad \uparrow$ ตอบ

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 4

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 สมดุลในระนาบ
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 4 ในหนังสือแบบเรียนวิชากลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

เอกชัย รัตนโน. กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น (Introduction to Structural Mechanics)

รหัสวิชา 20121-2010, พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน), พิมพ์ครั้งที่ 1

พ.ศ. 2565

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 4
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 4
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักเรียน ร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 4 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับ การประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

- 8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทาง อินเทอร์เน็ต
- 8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับ เนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

ทำในหนังสือแบบเรียน บทที่ 4 สมดุลในระนาบ

- 8.2.1 แบบทดสอบก่อนเรียนบทที่ 4 สมดุลในระนาบ
- 8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 4 สมดุลในระนาบ
- 8.2.3 แบบทดสอบหลังเรียนบทที่ 4 สมดุลในระนาบ

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนรู้ของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 4 สมดุลในระนาบ

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบฝึกหัด จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
2. แบบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล บทที่ 4 สมดุลในระนาบ							
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น รหัสวิชา 20121-2010				วิทยาลัย			
ชื่อ-สกุล..... ระดับ.....				ครู			
ที่	รายการประเมิน	*คะแนนแบบทดสอบ		**คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้		*ข้อที่	**ข้อที่
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	นियามการสมดุล						
2	แผนภาพอิสระของวัตถุ						
3	แรงปฏิกิริยาของจุดรองรับในระนาบ						
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		รวม	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	หน่วยที่ 5
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	เวลาเรียนรวม 36 ชม.
ชื่อหน่วย บทที่ 5 ความเค้นและความเครียด	สอนครั้งที่ 11-12/18
ชื่อเรื่อง ความเค้นและความเครียด	จำนวน 4 คาบ

1. สารสำคัญ

วัสดุมีพื้นที่หน้าตัด A มีหน่วยเป็นรับแรงดึงตามแนวแกน P เมื่อเราตัดระนาบผ่านที่หน้าตัดใดๆ ของวัสดุดังกล่าวจะพบแรงภายในกระจายเต็มพื้นที่หน้าตัดของระนาบตัดนั้น เรียกแรงภายในเหล่านี้ว่า “หน่วยแรง” หรือ “ความเค้น (Stress)” มีหน่วยเป็น N/m^2 ซึ่งเป็นหน่วยอนุพันธ์เรียกว่า Pascal (ปาสคาล) เขียน

กำกับด้วย Pa	สูตรความเค้น	$\sigma = \frac{P}{A}$
	สูตรความเค้นเฉือน	$\tau = \frac{P}{A}$
	สูตรความเครียด	$\epsilon = \frac{\delta}{L}$
	สูตรความเครียดเฉือน	$\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2} - \phi$

2. สารการเรียนรู้

1. ความเค้นตั้งฉาก (Normal Stress)
2. ความเค้นเฉือน (Shear Stress)
3. ความเค้นแบกทาน (Bearing Stress)
4. ความเครียดตั้งฉาก (Normal Strain)
5. ความเครียดเฉือน (Shear Strain)

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

เพื่อให้มีความรู้และเข้าใจนิยามและแก้โจทย์ปัญหาความเค้นและความเครียด ความเค้นแบกทาน ความเค้นเฉือน และความเครียดเฉือนได้อย่างถูกต้อง

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. อธิบายนิยามของการเกิดความเค้นและความเครียดในลักษณะต่างๆ ได้
2. สามารถแสดงวิธีการคำนวณปัญหาความเค้นและความเครียด ความเค้นแบกทาน ความเค้นเฉือน และความเครียดเฉือนได้อย่างถูกต้อง
3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสาขางานโยธาได้

4. การเรียนรู้

4.1 ความเค้นตั้งฉาก (Normal Stress)

พิจารณารูปที่ 5.1 ประกอบ วัสดุท่อนกลมมีพื้นที่หน้าตัด A มีหน่วยเป็น m^2 (ตารางเมตร) รับแรงดึงตามแนวแกน (Axial Loading) P มีหน่วยเป็น N (นิวตัน) เมื่อเราตัดระนาบผ่านที่หน้าตัดใดๆ ของท่อนวัสดุ ดังกล่าวจะพบว่า มีแรงภายในกระจายเต็มพื้นที่หน้าตัดของระนาบตัดนั้น เรียกแรงภายในเหล่านี้ว่า “หน่วยแรง” หรือ “ความเค้น (Stress)” ใช้สัญลักษณ์กำกับ σ (ซิกม่า) และจะมีหน่วยเป็น N/m^2 ซึ่งเป็นหน่วยอนุพันธ์เรียกว่า Pascal (ปาสคาล) เขียนกำกับด้วย Pa

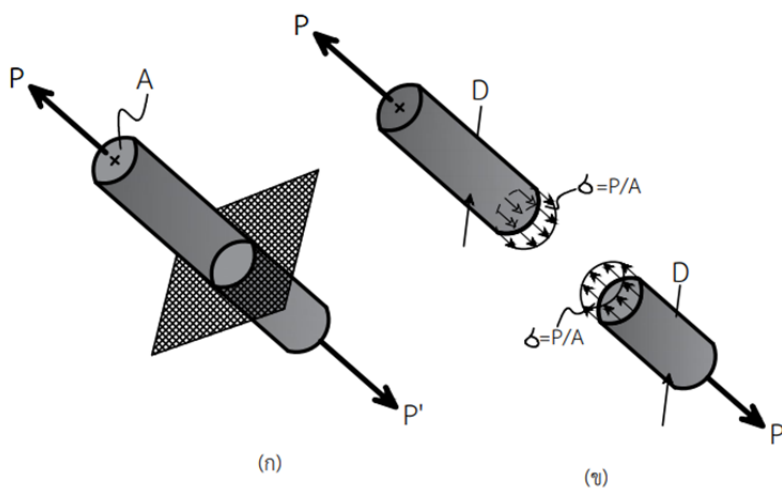
จากการสมดุล แรงที่มากระทำจากภายนอก = แรงกระจายของเนื้อวัสดุที่ด้านทาน

หรือ

$$P = \sigma A$$

หรือ ความเค้น

$$\sigma = \frac{P}{A}$$



รูปที่ 5.1

4.2 ความเค้นเฉือน (Shear Stress)

พิจารณารูปที่ 5.3 ประกอบ วัสดุหน้าตัดสี่เหลี่ยมมีพื้นที่หน้าตัด $A \text{ (m}^2\text{)}$ รับแรงกระทำ $P \text{ (N)}$ โดยแรงดังกล่าวจะพยายามเฉือนวัสดุให้ขาดตามแนว $a - a$ ซึ่งพื้นที่หน้าตัดที่ถูกเฉือนจะมีแรงภายในกระจายเต็มพื้นที่หน้าตัดของระนาบพื้นที่นั้น เรียกแรงภายในเหล่านี้ว่า “หน่วยแรงเฉือน” หรือ “ความเค้นเฉือน (Shear Stress)” ใช้สัญลักษณ์กำกับ τ (เทว) และจะได้หน่วยเป็น N/m^2 ซึ่งเรียกหน่วยนี้ว่า Pascal (ปาสคาล) เขียนกำกับด้วย Pa เช่นเดียวกันกับหน่วยความเค้น

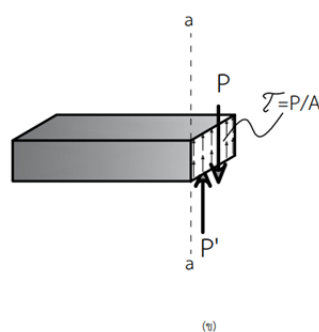
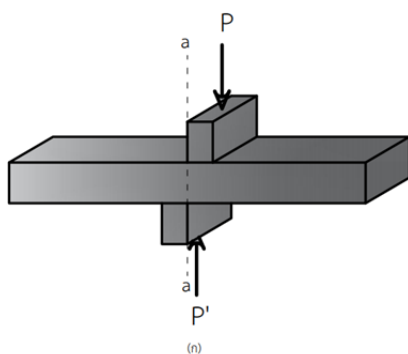
จากการสมดุล แรงที่มากระทำจากภายนอก = แรงกระจายของเนื้อวัสดุที่ต้านทาน

หรือ

$$P = \tau A$$

หรือ ความเค้นเฉือน

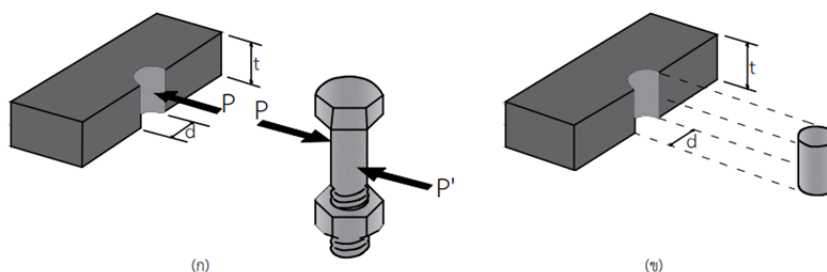
$$\tau = \frac{P}{A}$$



รูปที่ 5.3

4.3 ความเค้นแบกทาน (Bearing Stress)

พิจารณารูปที่ 5.6 ประกอบ นอกจากแรงเฉือนจะกระทำกับตัวสลักเกลียวดังที่อธิบายมาแล้ว ตัวสลักเกลียวเองก็จะดันอัดไปยังร่องของรูเจาะตัวมันเองทางด้านข้างทำให้พื้นที่ตรงนั้นเกิดหน่วยแรงขึ้นเรียกว่าหน่วยแรงแบกทาน หรือ ความเค้นแบกทาน (Bearing Stress) ใช้สัญลักษณ์กำกับ σ_b (ซิกม่าบี) และจะได้หน่วยเป็น N/m^2 ซึ่งเราจะเรียกหน่วยนี้ว่า Pascal (ปาสคาล) เขียนกำกับด้วย Pa เช่นเดียวกันกับหน่วยความเค้น คำนวณหาค่าความเค้นแบกทานได้ดังนี้



รูปที่ 5.6

จากการสมดุล แรงที่มากระทำจากภายนอก = แรงกระจายของเนื้อวัสดุที่ต้านทาน

หรือ

$$P = \sigma_b A$$

แต่พื้นที่หน้าตัด A จะหาได้จากพื้นที่ฉายตัวสลักเกลียวไปยังร่องรูเจาะทางด้านข้างเป็นพื้นที่สี่เหลี่ยม

หรือ ความเค้นแบกทาน

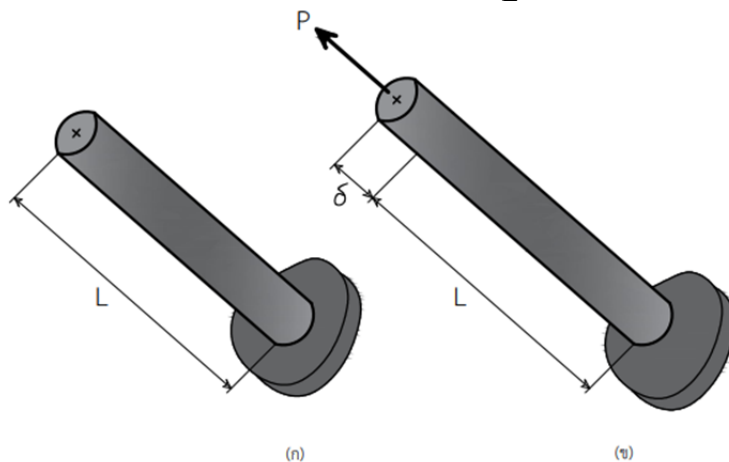
$$\sigma_b = \frac{P}{td}$$

4.4 ความเครียดตึงฉาก (Normal Strain)

พิจารณารูปที่ 5.7 (ก) ประกอบ วัสดุท่อนกลมมีความยาว L มีหน่วยเป็น m, cm หรือ mm เมื่อให้แรงดึงตามแนวแกน P มีหน่วยเป็น N (นิวตัน) กระทำกับหน้าตัดวัสดุท่อนกลมดังกล่าว วัสดุจะเกิดการยืดตัวออกตามแนวแรง แสดงดังรูปที่ 5.7 (ข) โดยให้ระยะการเปลี่ยนแปลง (Deformations) ดังกล่าวเท่ากับ δ (เดลตา) มีหน่วยเป็น m, cm หรือ mm เมื่อนำระยะความยาวเดิมไปหารระยะการเปลี่ยนแปลงนี้ จะได้ค่าออกมาค่าหนึ่งซึ่งเรียกค่าที่ได้นี้ว่า ความเครียด (Strain) ใช้สัญลักษณ์กำกับกับ ϵ (แอมป์ซิลอน) หน่วยเป็น mm/mm

สูตร ความเครียด

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$



รูปที่ 5.7

4.5 ความเครียดเฉือน (Shear Strain)

พิจารณาองค์ประกอบเล็กๆ (Element) รูปทรงลูกบาศก์ (Cubic) มีระยะด้านทุกด้านเท่ากับ b โดยมีจุดศูนย์กลางของรูปที่จุด O ซึ่งเป็นจุดเดียวกับจุดกำเนิดระบบแกน $x - y - z$ รูปทรงลูกบาศก์นี้จะมีพื้นที่รวมทั้งหมด 6 พื้นที่ ในทุกพื้นที่จะมีแรงกระทำในทิศทางขนานกับแนวแกนและแรงเฉือนที่กระทำตั้งฉากกับแนวแกนในสองทิศทาง พิจารณารูปที่ 5.8 (ก) ลูกบาศก์จะแสดงให้เห็นเพียง 3 พื้นที่ และแรงกระทำทั้งหมด

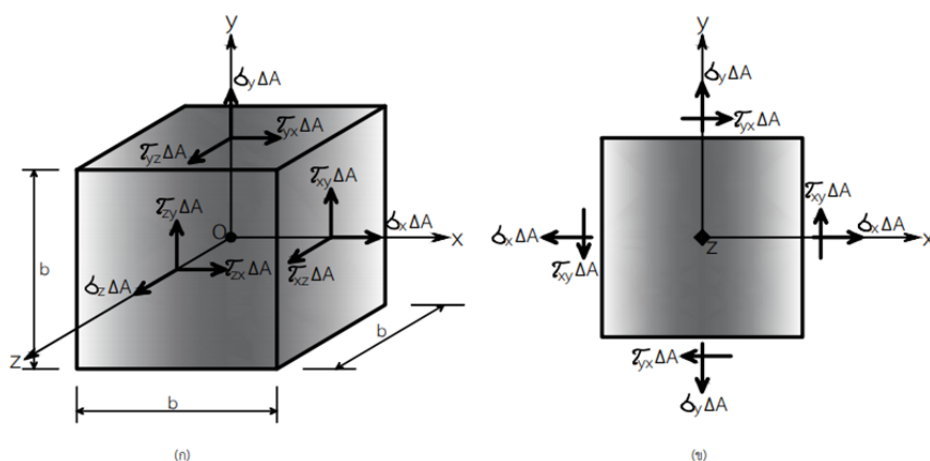
ในทุกพื้นที่ที่จะชี้ทิศเป็นค่าบวก ดังนั้นในกรณีการสมดุลพื้นที่ด้านตรงกันข้าม (ที่มองไม่เห็น) ก็จะทำให้เกิดแรงกระทำเช่นเดียวกัน แต่จะมีทิศทางตรงกันข้ามกัน

ถ้านำสมการสมดุลทั้งหมดมาคำนวณแรงต่างๆ ที่เกิดขึ้นบนพื้นที่ของลูกบาศก์ทั้งหมด จะพบว่า

$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0; \quad \sum F_z = 0;$$

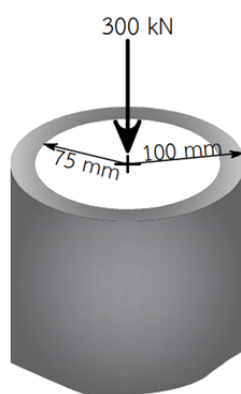
$$\sum M_x = 0; \quad \sum M_y = 0; \quad \sum M_z = 0;$$

โดยผลลัพธ์ที่ได้พบว่า มีสมการเป็นจริง (เท่ากับศูนย์) ทั้งหมด 5 สมการ มีเพียงสมการเดียวที่ไม่เป็นจริงคือ $\sum M_z \neq 0$



รูปที่ 5.8

ตัวอย่างที่ 5.1 จงคำนวณหาความเค้นตึงฉาก (Normal Stress) ที่เกิดขึ้นบนหน้าตัดท่อกกลมกลวง แสดงดังรูปที่ 5.10



รูปที่ 5.10

วิธีทำ

หาพื้นที่หน้าตัดที่กลมกลวง
$$A = \frac{\pi}{4} \left[(200 \text{ mm})^2 - (150 \text{ mm})^2 \right] = 13\,744.467\,860 \text{ mm}^2$$

แปลงหน่วยให้อยู่ในรูปตารางเมตร $A = 13\,744.467\,860 (10^{-3})^2 \text{ m}^2 = 0.013\,744 \text{ m}^2$

แรงกระทำตามแนวแกน $P = 300 (10^3) \text{ N} = 300\,000 \text{ N}$

จาก (5.1) ความเค้น
$$\sigma = \frac{P}{A}$$

แทนค่า
$$\sigma = \frac{300\,000 \text{ N}}{0.013\,744 \text{ m}^2} = 21\,827\,706.640 \text{ Pa}$$

ความเค้นตึงฉากที่เกิดขึ้นบนหน้าตัด
$$\sigma = \frac{21\,827\,706.640}{10^6} \text{ MPa} = 21.828 \text{ MPa}$$
 ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.2 ท่อนวัสดุรูปทรงกระบอกหน้าตัดกลมตัน 2 ท่อน AB และ BC ยึดติดกันโดยการเชื่อมที่จุด B แสดงดังรูปที่ 5.11 จงคำนวณหาความเค้นตึงฉากที่กึ่งกลางหน้าตัดในแต่ละท่อนวัสดุ

วิธีทำ

หาพื้นที่หน้าตัดที่กลม AB
$$A_{AB} = \left[\frac{\pi}{4} (90 \text{ mm})^2 \right] (10^{-6}) = 6.362 (10^{-3}) \text{ m}^2$$

หาพื้นที่หน้าตัดที่กลม BC
$$A_{BC} = \left[\frac{\pi}{4} (50 \text{ mm})^2 \right] (10^{-6}) = 1.963 (10^{-3}) \text{ m}^2$$

หาแรงตามแนวแกนที่กระทำท่อน AB พิจารณารูปที่ 5.12 (ก) ประกอบ

จากการสมดุลของแรงตามแนวแกนจะได้ว่า

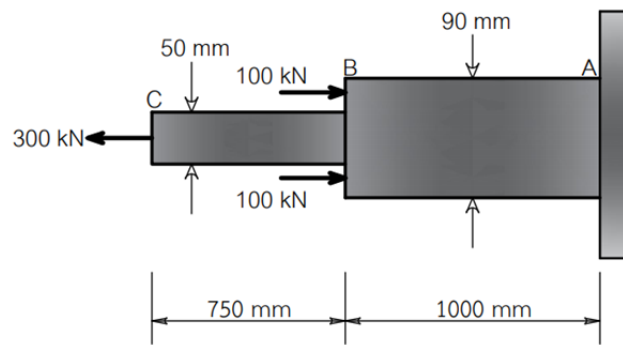
$$\sum F_x = 0 \longrightarrow + ; - 300 \text{ kN} + 100 \text{ kN} + 100 \text{ kN} + P_{AB} = 0$$

ดังนั้น $P_{AB} = 100 \text{ kN}$ เป็นแรงดึง

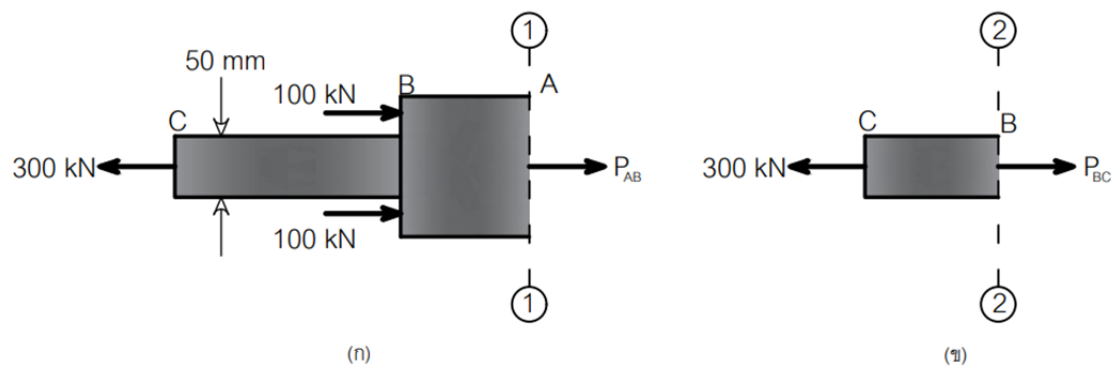
หาแรงตามแนวแกนที่กระทำท่อน BC พิจารณารูปที่ 5.12 (ข) ประกอบ

$$\sum F_x = 0 \longrightarrow + ; - 300 \text{ kN} + P_{BC} = 0$$

ดังนั้น $P_{BC} = 300 \text{ kN}$ เป็นแรงดึง



รูปที่ 5.11



รูปที่ 5.12

ความเค้นที่หน้าตัดกึ่งกลางท่อน AB

$$\sigma_{AB} = \frac{100(10^3)}{6.362(10^{-3})} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 15718327.570 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{15718327.570}{10^6} = 15.718 \text{ MPa}$$

ตอบ

ความเค้นที่หน้าตัดกึ่งกลางท่อน BC

$$\sigma_{BC} = \frac{300(10^3)}{1.963(10^{-3})} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 152827305.100 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{152827305.100}{10^6} = 152.827 \text{ MPa}$$

ตอบ

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 5

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ความเค้นและความเครียด
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 5 ในหนังสือแบบเรียนวิชากลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 5 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

เอกชัย รัตนโน. กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น (Introduction to Structural Mechanics)
รหัสวิชา 20121-2010, พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน), พิมพ์ครั้งที่ 1
พ.ศ. 2565

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 5
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 5
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษา
ร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 5 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

- 8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเทอร์เน็ต
- 8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

ทำในหนังสือแบบเรียน บทที่ 5 ความเค้นและความเครียด

- 8.2.1 แบบทดสอบก่อนเรียนบทที่ 5 ความเค้นและความเครียด
- 8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 5 ความเค้นและความเครียด
- 8.2.3 แบบทดสอบหลังเรียนบทที่ 5 ความเค้นและความเครียด

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนรู้ของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 5 ความคืบหน้าและความเครียด

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบฝึกหัด จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
2. แบบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล							
บทที่ 5 ความคืบหน้าและความเครียด							
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น รหัสวิชา 20121-2010					วิทยาลัย		
ชื่อ-สกุล..... ระดับ.....					ครู		
ที่	รายการประเมิน	*คะแนนแบบทดสอบ		**คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้		*ข้อที่	**ข้อที่
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	ความคืบหน้าตั้งฉาก						
2	ความคืบหน้าเฉือน						
3	ความคืบหน้าแบกทาน						
4	ความเครียดตั้งฉาก						
5	ความเครียดเฉือน						
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		รวม	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	หน่วยที่ 6
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	เวลาเรียนรวม 36 ชม.
ชื่อหน่วย บทที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด	สอนครั้งที่ 13-14/18
ชื่อเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด	จำนวน 4 คาบ

1. สารสำคัญ

แผนภาพความเค้น ความเครียด แสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมของวัสดุเมื่อรับแรงดึง เริ่มจากเส้นกราฟที่เป็นเส้นตรงมีค่าความชันสูง ช่วงนี้วัสดุจะมีพฤติกรรมแบบยืดหยุ่น (Elastic) ได้ค่าความเค้น σ_p จุดวิกฤติ วัสดุจะมีการเสียรูปมากเมื่อเปรียบเทียบกับ การรับกำลัง จะได้ค่าความเค้น σ_y หรือความเค้นที่จุดคราก (Yield Strength) จนจุดสูงสุดของเส้นกราฟ จะได้ค่าความเค้น σ_u หรือความเค้นที่จุดประลัย (Ultimate Strength) จากนั้นพื้นที่หน้าตัดของวัสดุจะเริ่มลดลงเรื่อยๆ ไปถึงจุดสุดท้ายคือ วัสดุเกิดการขาดหรือแตกหัก

ในช่วงขีดความเป็นสัดส่วน (Proportional Limit) ความเค้นจะแปรผันตรงกับ ความเครียด จะได้ว่า

$$\sigma = E \epsilon$$

สามารถใช้กฎของฮุกเพื่อหาระยะการยืดตัว δ ได้

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

2. สารการเรียนรู้

1. การทดสอบแรงดึงของวัสดุ (Tension of Materials Test)
2. แผนภาพความเค้น ความเครียด (Stress Strain Diagram)
3. กฎของฮุก (Hooke's Law)
4. การเสียรูปของวัสดุภายใต้แรงในแนวแกน (Deformations of Materials Under Axial Loading)

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

เพื่อให้มีความรู้และเข้าใจถึงการทดสอบวัสดุ แผนภาพความเค้น ความเครียด พฤติกรรมต่างของวัสดุ กฎของฮุก และประยุกต์กฎของฮุก หาค่าการยืดหดตัวของวัสดุเมื่อรับแรงตามแนวแกนได้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. อธิบายวิธีการทดสอบวัสดุ รู้และเข้าใจแผนภาพความเค้น ความเครียด ตลอดจนพฤติกรรมต่างของวัสดุ
2. นิยามกฎของฮุก สามารถประยุกต์กฎของฮุกหาค่าการยืดหดตัวของวัสดุเมื่อรับแรงตามแนวแกนได้
3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ประยุกต์เนื้อหาในบทเรียนนำไปใช้คำนวณในสาขางานโยธาได้

4. การการเรียนรู้

4.1 การทดสอบแรงดึงของวัสดุ (Tension of Materials Test)

ความแข็งแรงของวัสดุจะขึ้นอยู่กับสภาวะการเสียรูปหรือการวิบัติ (Deformation or Failure) ของวัสดุนั้นเมื่อต้องรับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกภายนอกกระทำ ซึ่งคุณสมบัติของวัสดุจะมีผลต่อสิ่งเหล่านี้ โดยจะสามารถทราบถึงความแข็งแรงของวัสดุได้จากการนำวัสดุนั้นมาทำการทดลอง (Experiment)

มีการทดสอบหนึ่งที่มีการยอมรับกันทั่วโลกถึงประสิทธิภาพและมาตรฐานในการทดสอบหาค่ากำลังของวัสดุคือ การทดสอบแรงดึงหรือแรงอัดของวัสดุ (Tension or Compression Test) การทดสอบดังกล่าวจะให้ค่าคุณสมบัติกลศาสตร์ของวัสดุด้านความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นตั้งฉากเฉลี่ยกับความเครียดตั้งฉากเฉลี่ย ใช้ทดสอบวัสดุวิศวกรรมได้หลากหลาย เช่น เหล็ก เซรามิก โพลีเมอร์ หรือวัสดุประกอบอื่น

ในการดำเนินการทดสอบแรงดึงหรือแรงอัด ตัวอย่างของวัสดุที่จะนำมาทดสอบต้องเป็นวัสดุที่ได้มาตรฐานในการผลิตทั้งขนาดและรูปร่าง วัสดุที่นิยมนำมาทดสอบเพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมการรับแรงและการเสียรูป ได้แก่ เหล็กเส้นท่อนกลม ซึ่งก่อนทำการทดสอบจะต้องทำตำแหน่งจุดสองจุดบนท่อนตัวอย่าง มีระยะห่างกันขึ้นอยู่กับพื้นที่หน้าตัดของวัสดุ ซึ่งจะทำให้การวัดเส้นผ่านศูนย์กลางโดยเครื่องมือวัดที่ละเอียดให้เป็นค่า d_0 นำมาหาพื้นที่หน้าตัดของวัสดุ ให้เป็นค่า A_0 จากนั้นนำค่าดังกล่าวมาคำนวณหาระยะห่างระหว่างจุดซึ่งเรียกว่า ระยะพิกต์หรือ L_0 (Gauge-Length)



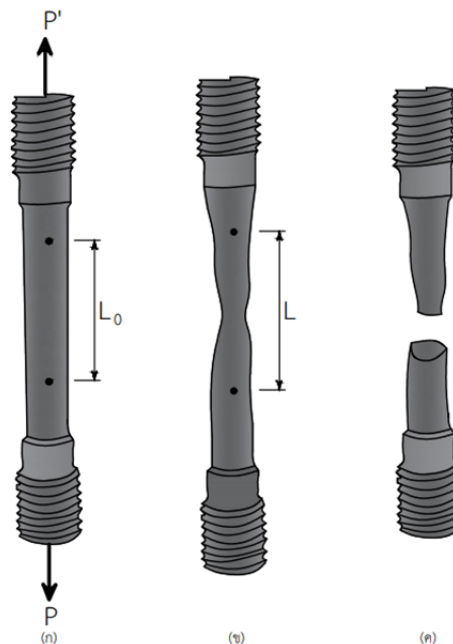
รูปที่ 6.1

ที่มา : <https://www.instron.co.th/th-th/products/testing-systems/universal-testing-systems/high-force-universal-testing-systems/static-hydraulic>

รูปที่ 6.1 แสดงเครื่องทดสอบ Universal Testing เป็นเครื่องให้แรงในระบบไฮดรอลิกส์ ใช้ทดสอบวัสดุได้ทั้งแรงดึง แรงอัด หรือแรงดัด มีกำลังตั้งแต่ 300 kN จนถึง 2,000 kN ซึ่งในการทดสอบแรงดึงของเหล็กเส้นจะติดตั้งวัสดุโดยมีการจับยึดที่ปลายทั้งสองแล้วประยุกต์น้ำหนักซึ่งเป็นแรงดึง ในส่วนการยึดตัวของวัสดุจะมีการติดตั้งตัวต้านทานอิเล็กทรอนิกส์ที่เรียกว่า Strain Gauge ไว้ที่ผิวของเหล็ก ทั้งหมดจะมีการประมวลผลในระบบดิจิทัลผ่านเครื่องคอมพิวเตอร์

4.2 แผนภาพความเค้น ความเครียด (Stress Strain Diagram)

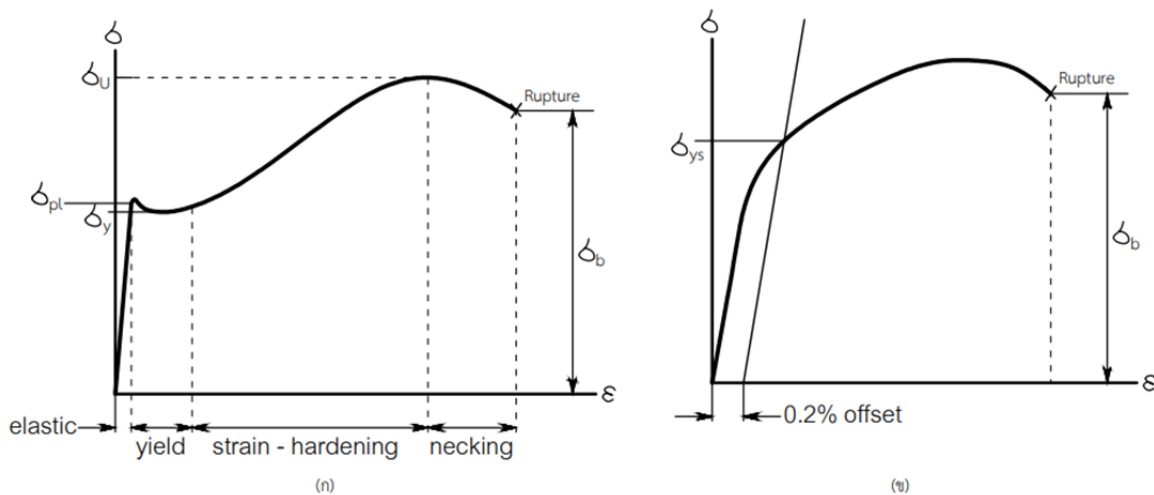
แผนภาพความเค้น ความเครียด (Stress Strain Diagram) ได้จากการนำค่ากำลังและค่าการเสียรูปของวัสดุมาเขียนเป็นกราฟในระนาบ โดยมีแกน x เป็นค่าความเครียด และแกน y เป็นค่าความเค้น ซึ่งค่าต่างๆ ที่นำมาเขียนกราฟจะได้จากการทดสอบกำลังของวัสดุ ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น



รูปที่ 6.2

การทดสอบเริ่มจากการเตรียมตัวอย่าง ได้แก่ การนำเหล็กเส้นหรือเหล็กกล้าละมุน (Mild Steel) ความยาว 1.00 m มาอย่างน้อย 3 ตัวอย่าง ทำการชั่งน้ำหนักแต่ละท่อน และวัดละเอียดเพื่อหาขนาดของพื้นที่หน้าตัดเดิม A_0 และระยะ L_0 ตามมาตรฐานการทดสอบที่ 5d₀ แสดงดังรูปที่ 6.2 (ก) จากนั้นนำชิ้นตัวอย่าง (ความยาวที่เหมาะสม) ไปเข้าเครื่องทดสอบ Universal Testing และให้แรงดึง P กระทำที่จุดศูนย์กลางของชิ้นตัวอย่าง จากนั้นเครื่องทดสอบจะให้แรงดึง P กับชิ้นตัวอย่างทดสอบ ในขณะที่ระยะ L_0 จะเพิ่มขึ้นไปเป็นระยะ L ซึ่งหาการยืดตัวได้จาก $\delta = L - L_0$ ต่อค่าแรง P หนึ่ง เช่น จะกำหนดหาการยืดตัวทุกๆ การเพิ่มขึ้นของแรงดึง $P = 1$ kN ซึ่งก็จะหาความเค้นจาก $\sigma = \frac{P}{A}$ ในขณะเดียวกัน จะได้ค่าความเครียด

$\epsilon = \frac{\delta}{L_0}$ ต่อไปก็จะหาค่าความเค้นและความเครียดที่การเพิ่มขึ้นของแรงดึง $P = 2 \text{ kN}$, $P = 3 \text{ kN}$ ต่อไปจนกว่าชิ้นตัวอย่างจะวิบัติ ค่าความเค้นและความเครียดในแต่ละคู่จะนำไปลงจุดเพื่อเขียนเป็นแผนภาพความเค้น ความเครียด (Stress Strain Diagram)



รูปที่ 6.3

4.3 กฎของฮุก (Hooke's Law)

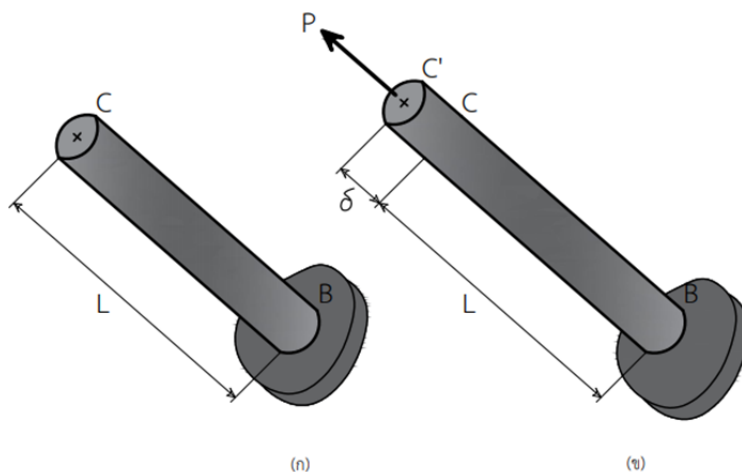
ดังที่ได้อธิบายมาแล้วถึงแผนภาพความเค้นและความเครียดของวัสดุเหนียวพบว่า กรณีที่วัสดุอยู่ในช่วงขีดความเป็นสัดส่วน (Proportional Limit) วัสดุจะรับแรงได้สูงแต่มีระยะการยืดตัวค่อนข้างน้อยและเส้นกราฟที่ได้จะเป็นแบบเชิงเส้น (Linear) ความเค้นจะแปรผันตรงกับความเครียด จะได้ว่า

$$\sigma = E \epsilon$$

ค่าความสัมพันธ์ในสมการที่ (6.3) เรียกว่า กฎของฮุก (Hooke's Law) มาจากชื่อของนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ โรเบิร์ต ฮุก (Robert Hooke, 1633 – 1703) สำหรับค่า E เรียกว่า โมดูลัสความยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity) หรืออาจเรียกว่า โมดูลัสของยัง (Young's Modulus) มาจากชื่อของนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ โทมัส ยัง (Thomas Young, 1773 – 1829) ค่าโมดูลัสจะมีหน่วยเป็น Pa และความเค้นที่ใช้ได้สูงสุด ในสมการที่ (6.3) คือค่าความเค้น σ_{pl} หรือความเค้นที่ขีดความเป็นสัดส่วน (Proportional Limit)

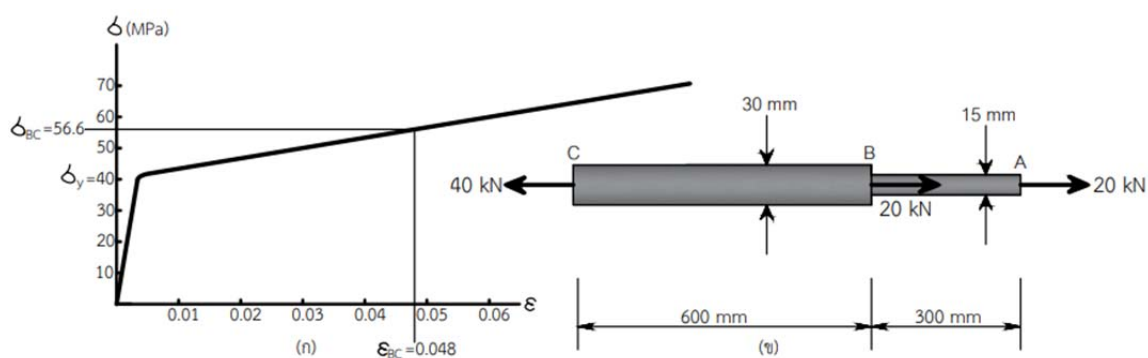
4.4 การเสียรูปของวัสดุภายใต้แรงในแนวแกน (Deformations of Materials Under Axial Loading)

พิจารณารูปที่ 6.4 ท่อนวัสดุ BC หนึ่งท่อนมีเนื้อเดียวกันตลอด (Homogeneous) มีความยาว L เมื่อให้แรงดึง P กระทำกับวัสดุที่ตำแหน่งจุดเซนทรอยด์ วัสดุมีการยืดตัวออกเป็นระยะ δ ถ้าเราจะหาความเค้นที่เกิดขึ้นในเนื้อวัสดุในช่วงพฤติกรรมไม่เกินขีดความเป็นสัดส่วน (Proportional Limit) สามารถใช้กฎของฮุกเพื่อหาระยะการยืดตัว δ ได้



รูปที่ 6.4

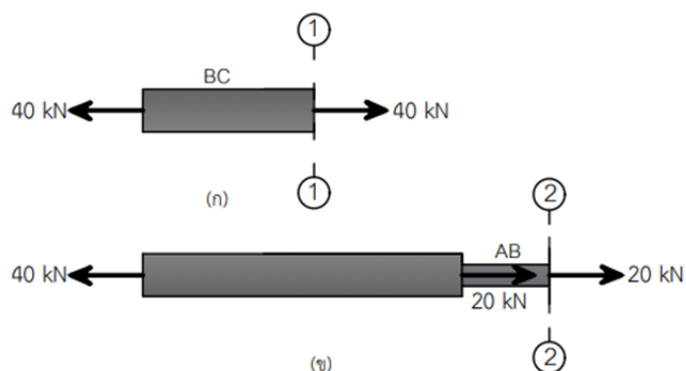
ตัวอย่างที่ 6.1 ท่อนอะลูมิเนียมหน้าตัดกลมตันมีแรงดึงกระทำแสดงดังรูปที่ 6.5 (ข) รูปที่ 6.5 (ก) แสดงแผนภาพความเค้น ความเครียด จงคำนวณหาระยะการยืดตัวรวมของท่อนเหล็กดังกล่าว โดยพิจารณากำลังสูงสุดของวัสดุที่จุดคราก กำหนดให้ $E = 70 \text{ GPa}$ ในทุกชิ้นส่วน



รูปที่ 6.5

วิธีทำ

หาแรงที่กระทำในท่อนอะลูมิเนียมในแต่ละท่อนแสดงดังในรูปที่ 6.6



รูปที่ 6.6

จากสมการที่ (5.1)

ความเค้น
$$\sigma = \frac{P}{A}$$

ท่อนเหล็ก BC
$$\sigma_{BC} = \frac{40 \times 10^3 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} (30 \times 10^{-3} \text{ mm})^2} \frac{1}{10^6} = 56.588 \text{ MPa}$$

ท่อนเหล็ก BC
$$\sigma_{BC} = \frac{20 \times 10^3 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} (15 \times 10^{-3} \text{ mm})^2} \frac{1}{10^6} = 28.294 \text{ MPa}$$

สำหรับท่อนวัสดุ BC ค่าความเค้นที่ได้มากกว่าค่ากำลังของวัสดุที่จุดคราก (Yield Strength) เท่ากับ $\sigma_{BC} > \sigma_y$ ($56.588 \text{ MPa} > 40 \text{ MPa}$) กฎของฮุกจะใช้ไม่ได้สำหรับท่อนวัสดุนี้ การหาค่าการยืดตัวจะพิจารณาจากกราฟ จากรูปที่ 6.5 (ก) โดยลากเส้นตรงแนวนอนที่ค่าความ $\sigma_{BC} = 56.588 \text{ MPa}$ ไปตัดกับเส้นกราฟที่ตำแหน่งใดก็ลากเส้นตรงแนวนอนมาตัดที่แกนความเครียด จะได้ค่าความเครียด $\epsilon_{BC} = 0.048$

จากสมการที่ (6.6)

ระยะยืดของท่อนวัสดุ BC
$$\delta_{BC} = \epsilon_{BC} L_{BC}$$

แทนค่า
$$\delta_{BC} = 0.048 (600 \text{ mm}) = 28.8 \text{ mm}$$

สำหรับท่อนวัสดุ AB ค่าความเค้นที่หาได้มีค่าน้อยกว่ากำลังของวัสดุที่จุดคราก (Yield Strength) เท่ากับ $\sigma_{AB} < \sigma_y$ ($28.294 \text{ MPa} < 40 \text{ MPa}$) กฎของฮุกจะใช้ได้สำหรับท่อนวัสดุนี้

จากสมการที่ (6.4)

ความเครียดของท่อนวัสดุ AB
$$\epsilon_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{E}$$

แทนค่า
$$\epsilon_{AB} = \frac{28.294 \times 10^6 \text{ Pa}}{70 \times 10^9 \text{ Pa}} = 4.042 \times 10^{-4}$$

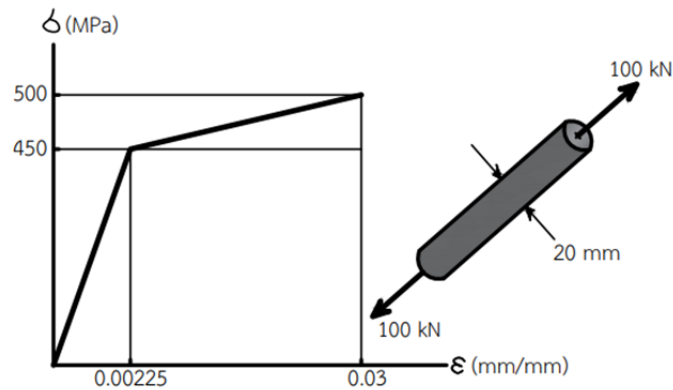
จากสมการที่ (6.6)

ระยะยืดของท่อนวัสดุ AB
$$\delta_{AB} = \epsilon_{AB} L_{AB}$$

แทนค่า
$$\delta_{AB} = 4.042 \times 10^{-4} (300 \text{ mm}) = 0.121 \text{ mm}$$

ค่ายืดตัวรวมของท่อนวัสดุ ABC
$$\delta_{ABC} = \delta_{AB} + \delta_{BC} = 0.121 \text{ mm} + 28.8 \text{ mm} = 28.921 \text{ mm} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 6.2 ท่อนวัสดุกลมตันยาว 50 mm มีกำลังของวัสดุแสดงดังแผนภาพความเค้น ความเครียด จงคำนวณหาการระยะยืดตัวของท่อวัสดุดังกล่าว โดยพิจารณาวัสดุอยู่ในช่วงพฤติกรรมยืดหยุ่นแบบเชิงเส้น (Linear-elastic Behavior)



รูปที่ 6.7

วิธีทำ

จากสมการที่ (6.3)

กฎของฮุก

$$\sigma = E \varepsilon$$

จากแผนภาพความเค้น ความเครียด

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

แทนค่า

$$E = \frac{450 \times 10^6}{0.00225 \times 10^{-3}} = 200 \text{ GPa}$$

จากสมการที่ (5.1)

ความเค้น

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

แทนค่า

$$\sigma = \frac{100 \times 10^3 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} (20 \times 10^{-3} \text{ mm})^2} \frac{1}{10^6} = 318.310 \text{ MPa}$$

จากสมการที่ (6.4)

ความเครียดของท่อวัสดุ

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

แทนค่า

$$\varepsilon = \frac{318.310 \times 10^6 \text{ Pa}}{200 \times 10^9 \text{ Pa}} = 1.592 \times 10^{-3}$$

จากสมการที่ (6.6)

ระยะยืดของท่อวัสดุ

$$\delta = \varepsilon L$$

แทนค่า

$$\delta = 1.592 \times 10^{-3} (50 \text{ mm}) = 0.079 \text{ mm} \text{ ตอบ}$$

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 6

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 6 ในหนังสือแบบเรียนวิชากลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 6 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

เอกชัย รัตนโน. กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น (Introduction to Structural Mechanics) รหัสวิชา 20121-2010, พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน), พิมพ์ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2565

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 6
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 6
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักเรียนร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 6 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

- 8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเทอร์เน็ต
- 8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

ทำในหนังสือแบบเรียน บทที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

- 8.2.1 แบบทดสอบก่อนเรียนบทที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด
- 8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด
- 8.2.3 แบบทดสอบหลังเรียนบทที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนรู้ของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบฝึกหัด จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
2. แบบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล บทที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด							
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น รหัสวิชา 20121-2010					วิทยาลัย		
ชื่อ-สกุล..... ระดับ.....					ครู		
ที่	รายการประเมิน	*คะแนนแบบทดสอบ		**คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้		*ข้อที่	**ข้อที่
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	การทดสอบแรงดึงของวัสดุ						
2	แผนภาพความเค้น ความเครียด						
3	กฎของฮุก						
4	การเสียรูปของวัสดุภายใต้แรงในแนวแกน						
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		รวม	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	หน่วยที่ 7
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	เวลาเรียนรวม 36 ชม.
ชื่อหน่วย บทที่ 7 เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง	สอนครั้งที่ 15-16/18
ชื่อเรื่อง เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง	จำนวน 4 คาบ

1. สาระสำคัญ

เซนทรอยด์ (Centroid) คือตำแหน่งของศูนย์กลางของวัตถุ โดยมีตำแหน่งแตกต่างกันออกไปตามรูปร่างของวัตถุนั้นๆ ตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบ (Centroid of Composite Bodies) คือการหาตำแหน่งของตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่ต่างๆ ที่สามารถแบ่งเป็นรูปเรขาคณิตหลายรูปรวมกัน

2. สาระการเรียนรู้

1. เซนทรอยด์ (Centroid)
2. เซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบ (Centroid of Composite Bodies)

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

เพื่อให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับตำแหน่งและวิธีการคำนวณหาตำแหน่งเซนทรอยด์ ตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบ และจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุได้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. อธิบายปริมาณตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูปเรขาคณิตต่างๆ ได้
2. แสดงวิธีการคำนวณหาตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบได้
3. แสดงวิธีการคำนวณหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุได้

4. สาระการเรียนรู้

4.1 เซนทรอยด์ (Centroid)

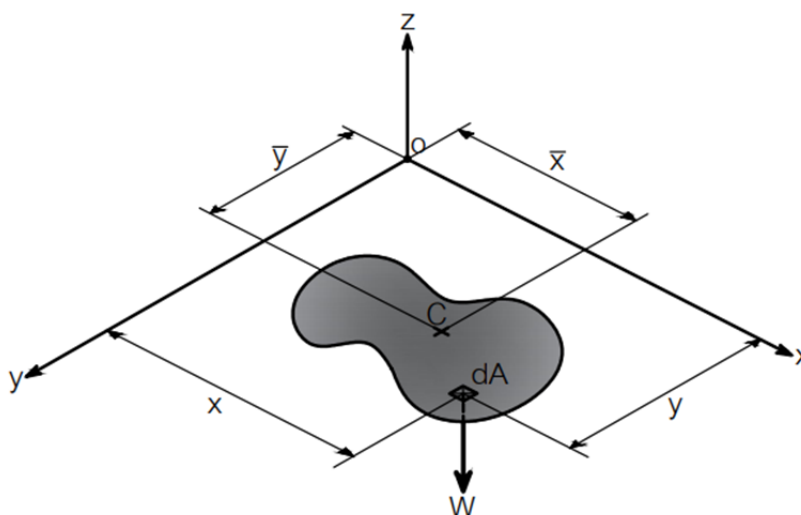
พิจารณารูปที่ 7.1 แสดงวัตถุแผ่นบางมีคุณสมบัติเท่ากันทุกทิศทาง (Homogeneous Material) วางตัวอยู่ในระนาบ $x - y$ ชิ้นส่วนวัตถุขนาดเล็กๆ dA จะมีแรง W กระทำลงในแนวตั้งตามแรงโน้มถ่วงของโลกในตำแหน่งศูนย์กลางของวัตถุ dA

วัตถุ dA นี้เป็นเพียงส่วนประกอบของหนึ่งวัตถุแผ่นบางเท่านั้น ถ้านำพื้นที่เล็กๆ ทั้งหมดมาพิจารณา จะพบว่ามีแรง W กระทำแบบกระจาย ผลลัพธ์ของแรงทั้งหมดจะกระทำอยู่ในตำแหน่งเดียวที่จุดศูนย์กลางของ วัตถุแผ่นบาง (จุด C) และเมื่อพิจารณาให้วัตถุแผ่นบางมีความหนาน้อยจนไม่นำมาคิดผลของมันทำให้วัตถุแผ่น บางจะเปลี่ยนเป็นพื้นที่ จุดศูนย์กลางที่ได้นี้จะเรียกว่า เซนทรอยด์ (A Centroid)

เซนทรอยด์ อาจกล่าวได้ว่าเป็นค่าเฉลี่ยของตำแหน่งจากส่วนประกอบพื้นที่ขนาดเล็กๆ dA ซึ่งในทาง คณิตศาสตร์สามารถหาดำแหน่งดังกล่าวจากการพิจารณาระบบแกนอ้างอิง จาก 2 สมการนี้

$$\bar{x} = \frac{\int_0^A x \, dA}{\int_0^A dA} \quad \dots\dots\dots(7.1)$$

$$\bar{y} = \frac{\int_0^A y \, dA}{\int_0^A dA} \quad \dots\dots\dots(7.2)$$



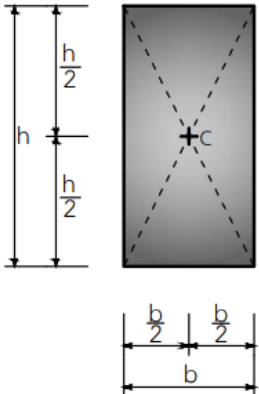
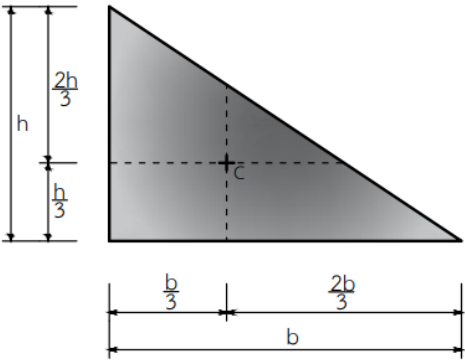
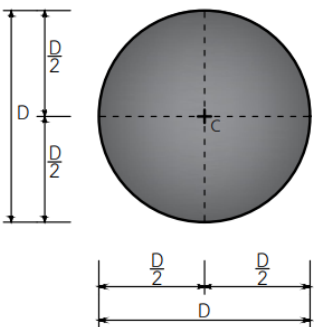
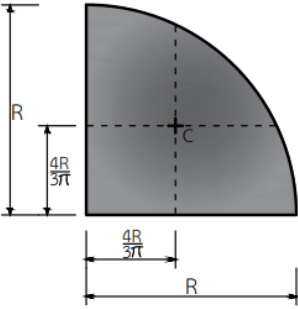
รูปที่ 7.1

จากสมการดังกล่าว ตัวส่วนในแต่ละนิพจน์คือผลรวมของพื้นที่ สำหรับตัวเศษจะเรียกว่าโมเมนต์ที่ 1 ของพื้นที่ (The First Moment) คือผลรวมของพื้นที่ในเทอมของระยะ ดังนั้นจากสมการที่ (7.1) และสมการที่ (7.2) อาจเขียนอยู่ในรูปใหม่ได้ว่า

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i} \quad \dots\dots\dots(7.1ก)$$

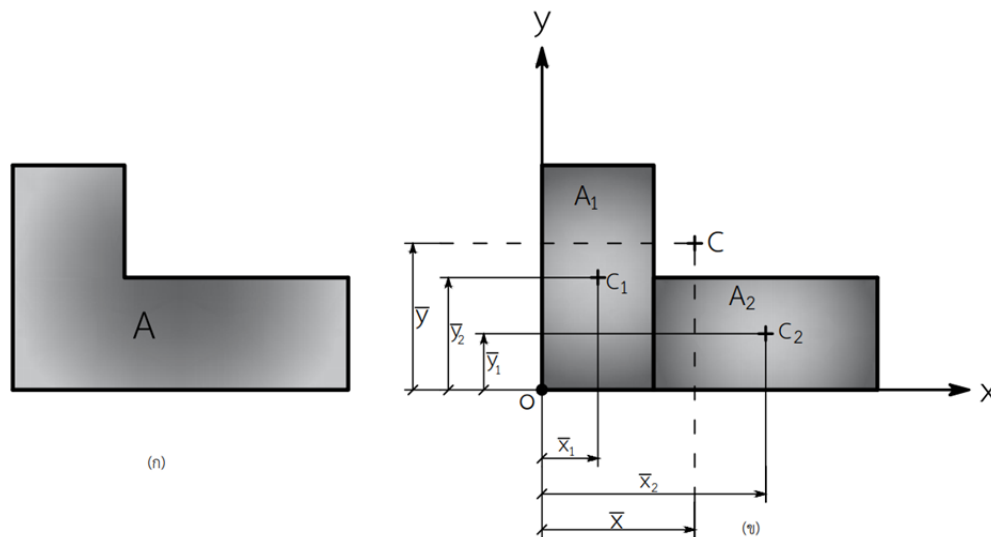
$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i} \quad \dots\dots\dots(7.2ก)$$

ตารางที่ 7.1 ตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูปเรขาคณิตพื้นฐาน

ที่	รูปเรขาคณิตแสดงจุดเซนทรอยด์	พื้นที่ A	ระยะเซนทรอยด์ แกน x;	ระยะเซนทรอยด์ แกน y;
1		bh	$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$
2		$0.5bh$	$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$
3		$\frac{\pi}{4} D^2$	$\frac{D}{2}$	$\frac{D}{2}$
4		$\frac{\pi}{4} R^2$	$\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{4R}{3\pi}$

4.2 เซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบ (Centroid of Composite Bodies)

เซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบ (Centroid of Composite Bodies) คือการหาดำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่ที่สามารถแบ่งออกเป็นรูปเรขาคณิตหลายรูปรวมกันอยู่ อธิบายได้ดังนี้

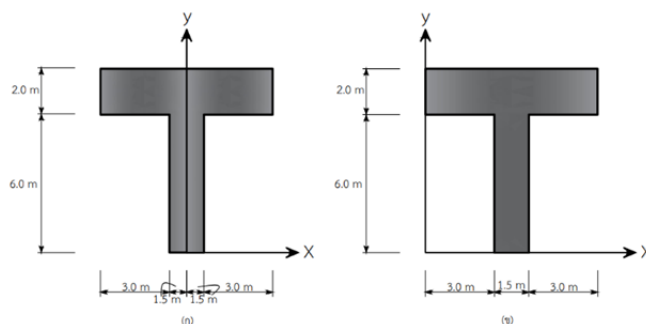


รูปที่ 7.2

พิจารณารูปที่ 7.2 (ก) รูปทรงประกอบมีพื้นที่เท่ากับ A จะหาดำแหน่งได้จากการแบ่งเป็นรูปเรขาคณิต โดยในที่นี้แบ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยม 2 รูป มีพื้นที่เท่ากับ A_1 และ A_2 และในแต่ละพื้นที่จะมีตำแหน่งเซนทรอยด์โดยวัดระยะจากจุด O ไปยังตำแหน่งนั้น ได้แก่ พื้นที่หนึ่งมีตำแหน่งเซนทรอยด์ C_1 ที่ระยะ $\bar{x}_1$ และ $\bar{y}_1$ พื้นที่ที่สองมีตำแหน่งเซนทรอยด์ C_2 ที่ระยะ $\bar{x}_2$ และ $\bar{y}_2$ ถ้านำเอาค่าต่างๆ เหล่านี้แทนลงสมการที่ (7.1ก) และ (7.2ก) ก็จะได้ตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบ C ที่วัดจากจุด O คือระยะ $\bar{x}$ และ $\bar{y}$ แสดงดังรูปที่ 7.2 (ข)

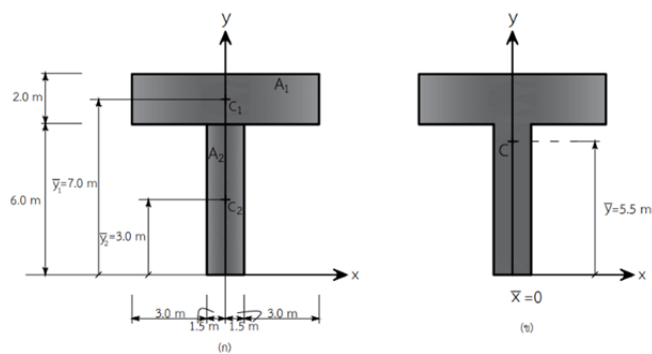
ตัวอย่างที่ 7.1 จากรูปที่ 7.4 (ก) และ 7.4 (ข) จงคำนวณหาดำแหน่งของจุดเซนทรอยด์

วิธีทำ



รูปที่ 7.4

วิธีทำรูป 7.4 (ก) โดยแบ่งรูปออกเป็นรูปสี่เหลี่ยม 2 รูป แสดงดังรูปที่ 7.5 (ก)



รูปที่ 7.5

พื้นที่ในแต่ละรูป

$$A_1 = (7.5 \text{ m} \times 2.0 \text{ m}) = 15.0 \text{ m}^2 \text{ มีระยะ } \bar{x}_1 = 0 \text{ และ } \bar{y}_1 = 7.0 \text{ m}$$

$$A_2 = (1.5 \text{ m} \times 6.0 \text{ m}) = 9.0 \text{ m}^2 \text{ มีระยะ } \bar{x}_2 = 0 \text{ และ } \bar{y}_2 = 3.0 \text{ m}$$

จากสมการที่ (7.2 ก)

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$$

แทนค่า

$$\bar{y} = \frac{(7.0 \text{ m} \times 15.0 \text{ m}^2) + (3.0 \text{ m} \times 9.0 \text{ m}^2)}{(15.0 \text{ m}^2 + 9.0 \text{ m}^2)} = 5.5 \text{ m}$$

ตอบ

จากรูปเมื่อแกน x กระทำผ่านจุดเซนทรอยด์ ระยะ $\bar{x}$ ทุกรูป ดังนั้น $\bar{x} = 0$

ตอบ

วิธีทำข้อ 7.4 (ข) โดยแบ่งรูปออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมสองรูป แสดงดังรูปที่ 7.6 (ก)

พื้นที่ในแต่ละรูป

$$A_1 \text{ มีระยะ } \bar{x}_1 = 3.75 \text{ m และ } \bar{y}_1 = 7.0 \text{ m}$$

$$A_2 \text{ มีระยะ } \bar{x}_2 = 3.75 \text{ m และ } \bar{y}_2 = 3.0 \text{ m}$$

จากสมการที่ (7.1 ก)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}$$

แทนค่า

$$\bar{x} = \frac{(3.75 \text{ m} \times 15.0 \text{ m}^2) + (3.75 \text{ m} \times 9.0 \text{ m}^2)}{(15.0 \text{ m}^2 + 9.0 \text{ m}^2)} = 3.75 \text{ m}$$

ตอบ

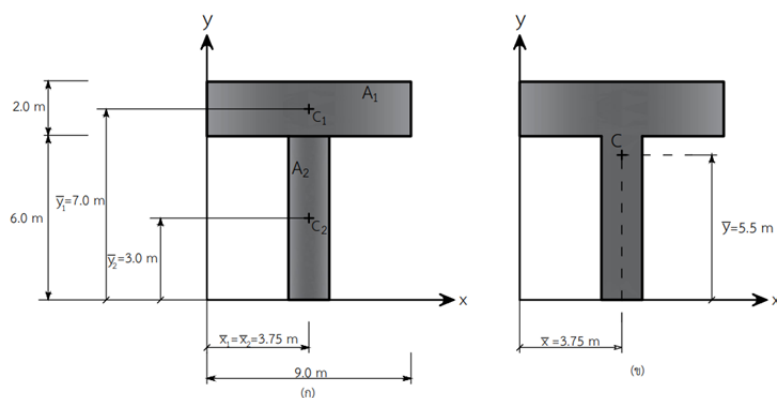
จากสมการที่ (7.2 ก)

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$$

แทนค่า

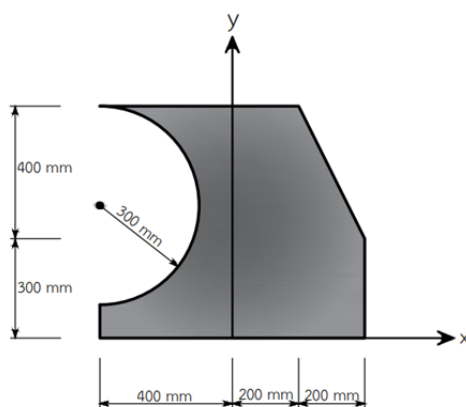
$$\bar{y} = \frac{(7.0 \text{ m} \times 15.0 \text{ m}^2) + (3.0 \text{ m} \times 9.0 \text{ m}^2)}{(15.0 \text{ m}^2 + 9.0 \text{ m}^2)} = 5.5 \text{ m}$$

ตอบ



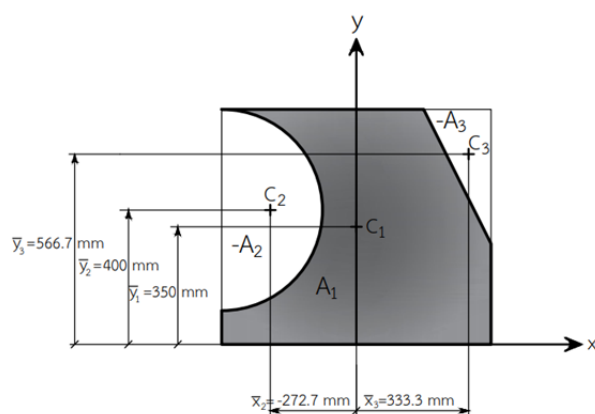
รูปที่ 7.6

ตัวอย่างที่ 7.2 จากรูปที่ 7.7 จงคำนวณหาตำแหน่งของจุดเซนทรอยด์
วิธีทำ



รูปที่ 7.7

วิธีทำ แบ่งพื้นที่ออกเป็น 3 รูป แสดงดังรูปที่ 7.8



รูปที่ 7.8

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมเต็ม

$$A_1 = (800 \text{ mm} \times 700 \text{ mm}) = 560\,000 \text{ mm}^2$$

ตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูป

$$\bar{x}_1 = 0 \text{ mm} \quad \text{และ} \quad \bar{y}_1 = \frac{700 \text{ mm}}{2} = 350 \text{ mm}$$

พื้นที่รูปครึ่งวงกลม(หักลบ)

$$-A_2 = -\left[\frac{\pi}{2} \times (300 \text{ mm})^2 \right] = -141\,371.670 \text{ mm}^2$$

ตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูป

$$\bar{x}_2 = -\left[400 \text{ mm} - \frac{4 \times (300 \text{ mm})}{3\pi} \right] = -272.676 \text{ mm}$$

และ

$$\bar{y}_2 = \left[(700 \text{ mm} - 600 \text{ mm}) - 300 \text{ mm} \right] = 400 \text{ mm}$$

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (หักลบ)

$$-A_3 = -(0.5 \times 200 \text{ mm} \times 400 \text{ mm}) = -40\,000 \text{ mm}^2$$

ตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูป

$$\bar{x}_3 = \left[200 \text{ mm} + \left(200 \text{ mm} - \frac{200 \text{ mm}}{3} \right) \right] = 333.333 \text{ mm}$$

และ

$$\bar{y}_3 = \left[300 \text{ mm} + \left(\frac{2 \times 400 \text{ mm}}{3} \right) \right] = 566.667 \text{ mm}$$

พื้นที่รวมทั้งหมด

$$A = A_1 - A_2 - A_3 = 560\,000 \text{ mm}^2 - 141\,371.670 \text{ mm}^2 - 40\,000 \text{ mm}^2 = 378\,628.330 \text{ mm}^2$$

จาก(7.1ก)

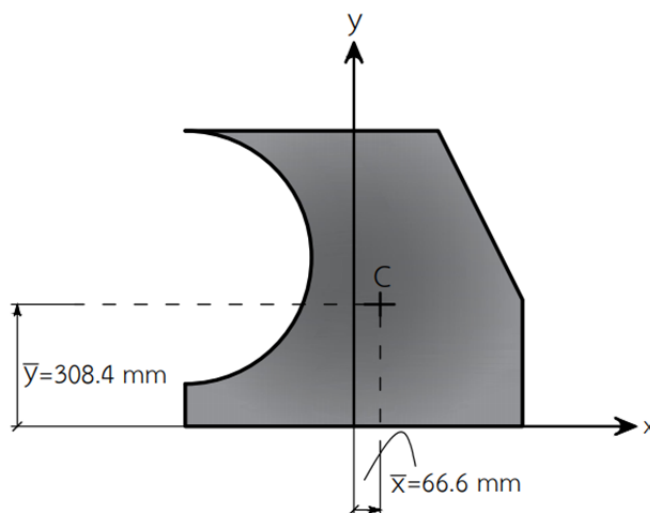
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i} \quad \text{แทนค่า}$$

$$\bar{x} = \frac{(0 \text{ mm} \times 560\,000 \text{ mm}^2) - (-272.676 \text{ mm} \times 141\,371.670 \text{ mm}^2) - (333.333 \text{ mm} \times 40\,000 \text{ mm}^2)}{(560\,000 \text{ mm}^2 - 141\,371.670 \text{ mm}^2 - 40\,000 \text{ mm}^2)} = 66.6 \text{ mm}$$

จากสมการที่ (7.2ก)

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i} \quad \text{แทนค่า}$$

$$\bar{y} = \frac{(350 \text{ mm} \times 560\,000 \text{ mm}^2) - (400 \text{ mm} \times 141\,371.670 \text{ mm}^2) - (566.667 \text{ mm} \times 40\,000 \text{ mm}^2)}{(560\,000 \text{ mm}^2 - 141\,371.670 \text{ mm}^2 - 40\,000 \text{ mm}^2)} = 308.4 \text{ mm}$$



รูปที่ 7.9

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 7

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 7 เช่นทฤษฎีและจุดศูนย์ถ่วง
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 7 ในหนังสือแบบเรียนวิชากลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 7 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

เอกชัย รัตนโน. กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น (Introduction to Structural Mechanics)

รหัสวิชา 20121-2010, พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน), พิมพ์ครั้งที่ 1

พ.ศ. 2565

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 7
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 7
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษา

ร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 7 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับ การประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

- 8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทาง อินเทอร์เน็ต
- 8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับ เนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

ทำหนังสือแบบเรียน บทที่ 7 เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลาง

- 8.2.1 แบบทดสอบก่อนเรียนบทที่ 7 เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลาง
- 8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 7 เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลาง
- 8.2.3 แบบทดสอบหลังเรียนบทที่ 7 เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลาง

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนรู้ของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 7 เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบฝึกหัด จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
2. แบบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล							
บทที่ 7 เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง							
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น รหัสวิชา 20121-2010				วิทยาลัย			
ชื่อ-สกุล..... ระดับ.....				ครู			
ที่	รายการประเมิน	*คะแนนแบบทดสอบ		**คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้		*ข้อที่	**ข้อที่
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	เซนทรอยด์						
2	เซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบ						
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		รวม	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8	หน่วยที่ 8
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	เวลาเรียนรวม 36 ชม.
ชื่อหน่วย บทที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย	สอนครั้งที่ 17-18/18
ชื่อเรื่อง โมเมนต์อินเนอร์เซีย	จำนวน 4 คาบ

1. สำคัญ

โมเมนต์อินเนอร์เซียพื้นที่ (Moments of Inertia for Areas) คือการหมุนรอบแกนพิจารณาของพื้นที่อนุภาคเล็กๆ ถ้าเราสร้างระบบแกนพิกัดฉากระนาบ $x - y$ การหมุนของพื้นที่ dA อาจพิจารณาเป็นการหมุนรอบแกน x และ y หรือโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกน x และโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกน y

ทฤษฎีแกนขนาน (Parallel Axis Theorem) หรือการย้ายแกน เป็นแก้ปัญหากรณีการหาค่าโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนใดๆ ที่ไม่ผ่านจุดเซนทรอยด์ของรูป

รัศมีไจเรชั่น (Radius of Gyration) คือความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่หน้าตัดขวางและจุดเซนทรอยด์ โมเมนต์ความเฉื่อย หรือเป็นค่าปัจจัยของรูป (Shape Factor) ถือเป็นการวัดความสามารถต้านทานต่อการดัดหรือการโก่งเดาะรอบแกนบางแกน

2. สำคัญเรียนรู้

1. โมเมนต์อินเนอร์เซียพื้นที่ (Moments of Inertia for Areas)
2. ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่ (Parallel-Axis Theorem for an Areas)
3. รัศมีไจเรชั่นของพื้นที่ (Radius of Gyration of an Areas)

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

เพื่อให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับโมเมนต์อินเนอร์เซีย ทฤษฎีแกนขนาน และรัศมีไจเรชั่น ตลอดจนสามารถหาปริมาณค่าต่างๆ ได้

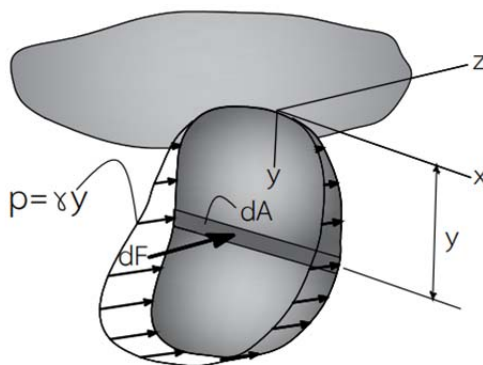
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. อธิบายและแสดงวิธีการหาปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนที่ผ่านเซนทรอยด์ของพื้นที่ได้
2. อธิบายและแสดงวิธีการหาปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียโดยใช้ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่ได้
3. อธิบายและแสดงวิธีการหารัศมีไจเรชั่นของพื้นที่ได้

4. การเรียนรู้

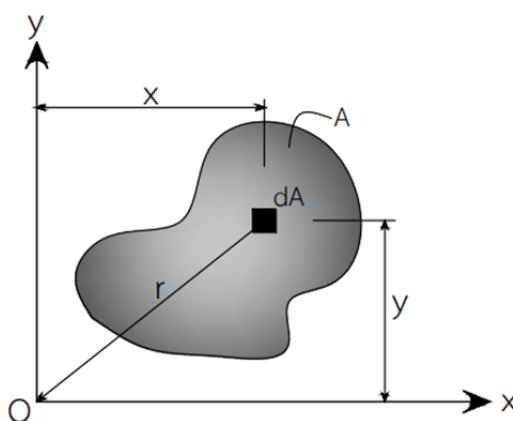
4.1 โมเมนต์อินเนอร์เซียพื้นที่ (Moments of Inertia for Areas)

เมื่อใดก็ตามที่มีน้ำหนักแบบกระจายที่มีความเข้มข้นแตกต่างกันออกไปกระทำตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัด การคำนวณหาโมเมนต์ของน้ำหนักแบบกระจายรอบแกนจะเกี่ยวข้องกับปริมาณหนึ่งๆที่เรียกว่า โมเมนต์อินเนอร์เซียของพื้นที่ (Moment of Inertia of the Area)



รูปที่ 8.1

พิจารณารูปที่ 8.1 วัตถุแผ่นบางอยู่ภายใต้แรงดันของเหลว p ซึ่งแรงดันนี้จะผันแปรเป็นเส้นตรงตามความลึก จะได้ว่า $p = \gamma y$ โดยที่ γ เป็นน้ำหนักจำเพาะของของไหล ถ้าให้แรง dF กระทำกับแถบพื้นที่แผ่นบาง dA จะได้ว่า $p = \rho dA$ หรือ $p = (\gamma y) dA$ คำนวณหาโมเมนต์รอบแกน x จากแรง p จะได้ว่า $dM = y dF$ หรือ $dM = \gamma y^2 dA$ ทำการรวม dM ให้ครอบคลุมพื้นที่แผ่นบางทั้งหมดโดยการอินทิเกรตจะได้ผลลัพธ์คือ $M = \gamma \int y^2 dA$ ซึ่งในส่วนของ $\int y^2 dA$ คือค่าโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกน x ของพื้นที่ หรือค่า I_x



รูปที่ 8.2

หรืออาจกล่าวได้ว่าโมเมนต์อินเนอร์เซียจะหาได้จากการตีฟพอยเรนเชียลพื้นที่ dA รอบแกน x และแกน y แสดงได้ดังนี้

$$\text{จาก } dI_x = x^2 dA \text{ ดังนั้นโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกน } x ; \quad I_x = \int y^2 dA \quad \dots\dots\dots(8.1)$$

$$\text{จาก } dI_y = y^2 dA \text{ ดังนั้นโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกน } y ; \quad I_y = \int x^2 dA \quad \dots\dots\dots(8.2)$$

พิจารณารูปที่ 8.2 เราสามารถหาปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกน z หรือรอบแกนที่ตั้งฉากกับพื้นที่ dA ได้ โดยเราจะเรียกปริมาณนี้ว่าโมเมนต์เชิงขั้วของพื้นที่(Polar Moment of Inertia of the Area)

$$\text{จาก } J_o = \int r^2 dA \text{ หรือ } J_o = I_x + I_y \quad \dots\dots\dots(8.3)$$

4.2 ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่ (Parallel-Axis Theorem for an Areas)

ทฤษฎีแกนขนานสามารถใช้หาค่าโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนใดๆ ที่ขนานกับแกนที่กระทำผ่านเซนทรอยด์ของพื้นที่ พิจารณารูปที่ 8.3 พื้นที่อนุภาคเล็กๆ dA ที่รวมตัวกันเป็นพื้นที่ทั้งหมด A มีระบบแกน $x' - y'$ กระทำตัดกันที่ตำแหน่งเซนทรอยด์ C และยังมีระบบแกน $x - y$ กระทำตัดกันที่จุด O อยู่ห่างจากแกนที่ผ่านจุดเซนทรอยด์ของรูปเป็นระยะ dx และ dy จะคำนวณหาปริมาณโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x ซึ่งถือเป็นแกนขนานของแกน x' หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} dI_x &= (y' + d_y)^2 dA \\ I_x &= \int_A (y' + d_y)^2 dA \\ I_x &= \int_A y'^2 dA + 2dy \int_A y' dA + dy^2 \int_A dA \end{aligned}$$

ทำการอินทิเกรตนิพจน์แรก จะได้ค่าโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกน x' ซึ่งเป็นแกนกระทำผ่านเซนทรอยด์ของพื้นที่ $\int_A y'^2 dA = \overline{I}_x$,

อินทิเกรตนิพจน์สอง จะมีค่าเป็นศูนย์เนื่องจากแกน x' กระทำผ่านเซนทรอยด์ของพื้นที่

อินทิเกรตนิพจน์สาม จะได้ผลรวมของพื้นที่ทั้งหมด ดังนั้น

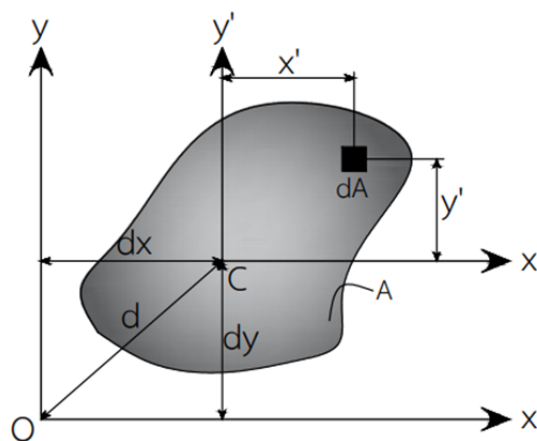
$$I_x = \overline{I}_x + A dy^2 \quad \dots\dots\dots(8.4)$$

ปริมาณโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน y ซึ่งถือเป็นแกนขนานของแกน y' หาได้ในทำนองเดียวกัน ดังนี้

$$I_y = \overline{I}_y + A dx^2 \quad \dots\dots\dots(8.5)$$

โมเมนต์เชิงขั้วของพื้นที่

$$I_o = \overline{J}_C + A d^2 \quad \dots\dots\dots(8.6)$$



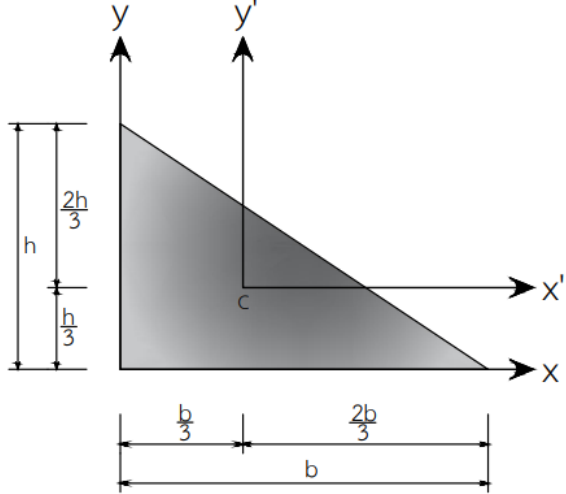
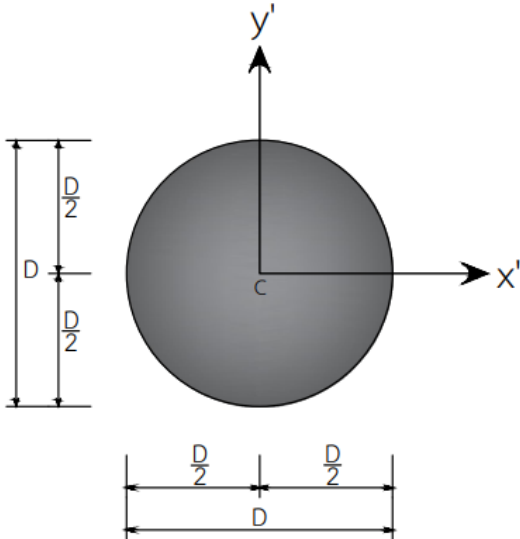
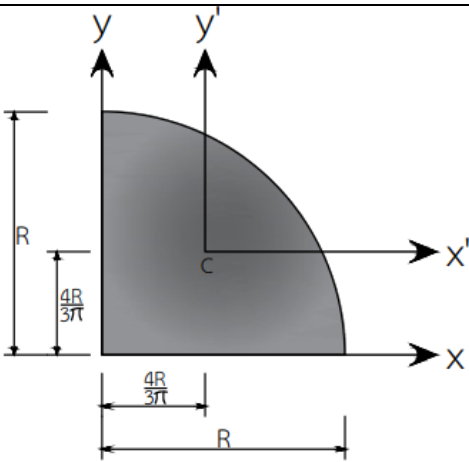
รูปที่ 8.3

ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่สำหรับสมการ (8.4), (8.5) จะใช้ในการคำนวณหาโมเมนต์อินเนอร์เซียของพื้นที่ประกอบที่สามารถแบ่งเป็นรูปเรขาคณิตต่างๆ ตั้งแต่ 2 รูปขึ้นไป แต่สำหรับพื้นที่ที่เป็นรูปเรขาคณิตเดี่ยวๆ เช่น รูปสี่เหลี่ยม รูปสามเหลี่ยม วงกลม จะต้องใช้สมการที่ (8.1) (8.2) ซึ่งต้องอาศัยการอินทิเกรตเพื่อให้การหาค่าโมเมนต์อินเนอร์เซียง่ายขึ้น จึงมีสูตรที่ใช้หาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ต่างๆ แสดงไว้ในตารางที่ 8.1

ตารางที่ 8.1 ปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียของรูปเรขาคณิตพื้นฐาน

ที่	รูปเรขาคณิต	โมเมนต์อินเนอร์เซีย รอบแกน x' ; y'	โมเมนต์อินเนอร์เซีย รอบแกน x ; y
1		$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}$ $\bar{I}_y = \frac{b^3h}{12}$	$I_x = \frac{bh^3}{3}$ $I_y = \frac{b^3h}{3}$

ตารางที่ 8.1 (ต่อ) ปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียของรูปเรขาคณิตพื้นฐาน

ที่	รูปเรขาคณิต	โมเมนต์อินเนอร์เซีย อแกน $x'; y'$	โมเมนต์อินเนอร์เซีย อแกน $x ; y$
2		$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{36}$ $\bar{I}_y = \frac{b^3h}{36}$	$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_y = \frac{b^3h}{12}$
3		$\bar{I}_x = \frac{\pi D^4}{64}$ $\bar{I}_y = \frac{\pi D^4}{64}$	
4		$\bar{I}_x = 0.05488R^4$ $\bar{I}_y = 0.05488R^4$	$I_x = \frac{\pi R^4}{16}$ $I_y = \frac{\pi R^4}{16}$

4.3 รัศมีไจเรชันของพื้นที่ (Radius of Gyration of an Areas)

รัศมีไจเรชันของพื้นที่รอบแกนจะมีหน่วยเป็นความยาวและปริมาณ จะใช้ในการออกแบบโครงสร้างเสา มีสูตรการคำนวณดังนี้

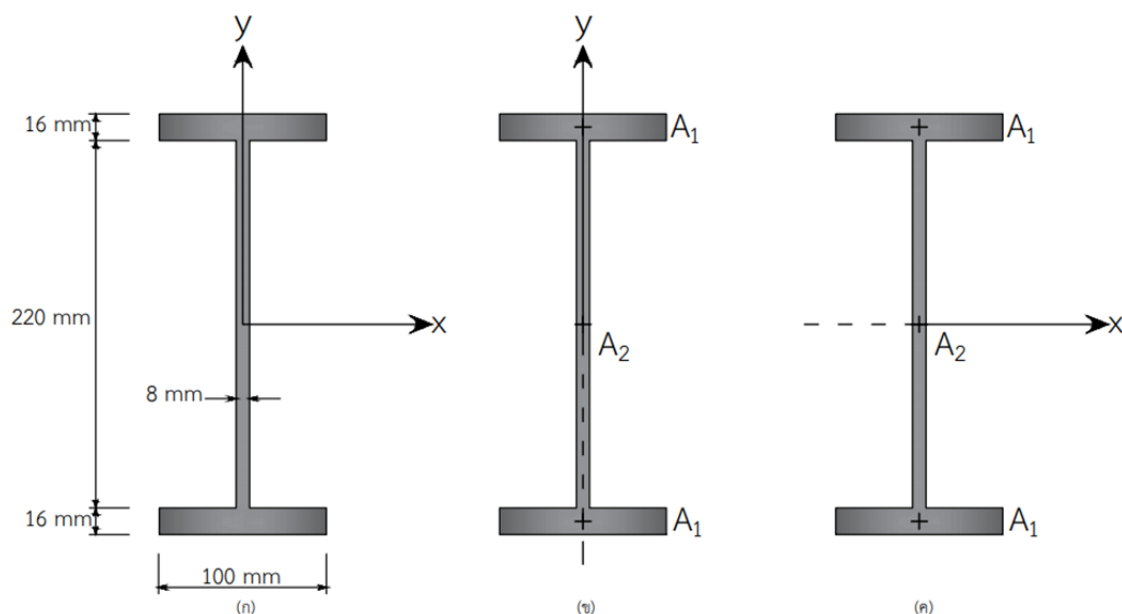
$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \dots\dots\dots(8.7)$$

$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \dots\dots\dots(8.8)$$

$$k_o = \sqrt{\frac{J_o}{A}} \dots\dots\dots(8.9)$$

ตัวอย่างที่ 8.1 จากรูปที่ 8.4 (ก) แสดงหน้าตัดเหล็กรูปปีกกว้าง (Wide-flange) จงคำนวณหาโมเมนต์อินเนอร์เซียของพื้นที่ดังกล่าว

วิธีทำ



รูปที่ 8.4

หาปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียจากการหมุนของพื้นที่หน้าตัดรอบแกน y โดยแบ่งเป็น 3 พื้นที่คือ พื้นที่ปีกด้านบนและล่าง A_1 กับพื้นที่แผ่นตั้ง A_2 จากการพิจารณารูปที่ 7.2 (ข) แกน y นั้นได้กระทำผ่านเซนทรอยด์ของทุกพื้นที่ ดังนั้นสามารถหาค่าได้โดยตรงจากสูตรโมเมนต์อินเนอร์เซียที่หมุนรอบแกนที่ผ่านเซนทรอยด์ แสดงไว้ในตารางที่ 8.1

$$\bar{I}_y = \frac{b^3 h}{12}$$

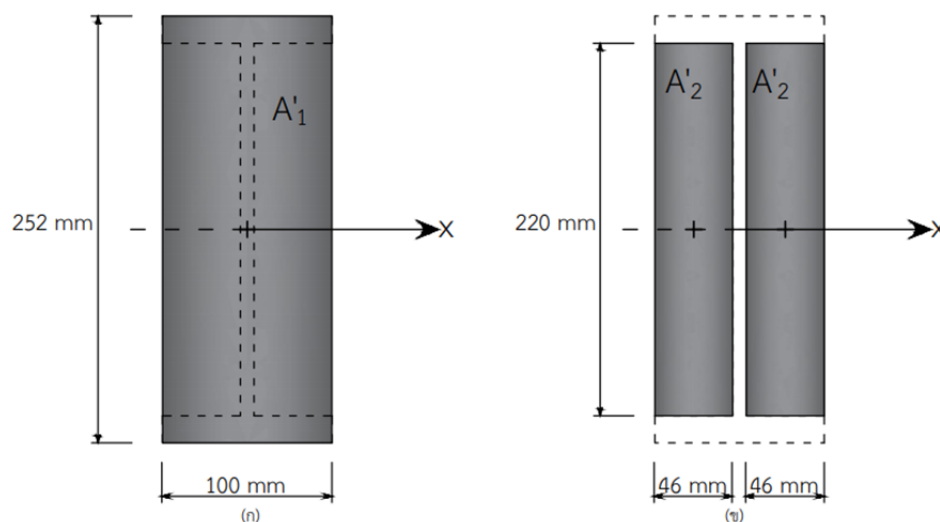
$$\bar{I}_y = 2 \left[\frac{(100 \text{ mm})^3 16 \text{ mm}}{12} \right] + \left[\frac{(8 \text{ mm})^3 220 \text{ mm}}{12} \right]$$

$$\bar{I}_y = 2666666.667 \text{ mm}^4 + 9386.667 \text{ mm}^4 = 2676053.334 \text{ mm}^4$$

ตอบ

หาปริมาณโมเมนต์ความเฉื่อยจากการหมุนของพื้นที่หน้าตัดรอบแกน x จากการพิจารณารูปที่ 7.2 (ค) แกน x ไม่ได้กระทำผ่านเซนทรอย์ของทุกพื้นที่โดยกระทำผ่านเพียงพื้นที่แผ่นตั้ง A_2 เท่านั้น ต้องหาวิธีการให้แกน x กระทำผ่านเซนทรอย์ของทุกรูป

พิจารณาให้เป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมใหญ่ A'_1 (รูปเต็ม) และหักลบออกด้วยพื้นที่รูปช่องว่าง A'_2 สองข้างของแผ่นตั้ง ซึ่งถ้าแบ่งพื้นที่แบบนี้จะทำให้แกน x กระทำผ่านเซนทรอย์ของทุกพื้นที่ได้ แสดงดังรูปที่ 8.5



รูปที่ 8.5

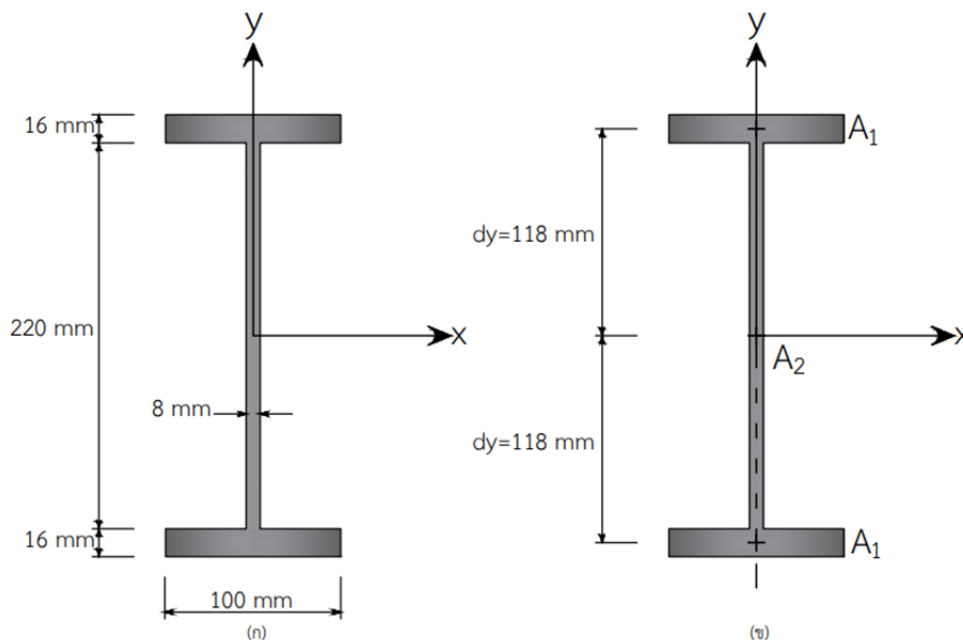
$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$\bar{I}_x = \left[\frac{100 \text{ mm} (252 \text{ mm})^3}{12} \right] - 2 \left[\frac{46 \text{ mm} (220 \text{ mm})^3}{12} \right]$$

$$\bar{I}_x = 133358400.000 \text{ mm}^4 - 81634666.670 \text{ mm}^4 = 51723733.330 \text{ mm}^4$$

ตอบ

วิธีการคิดนี้เป็นการแก้ปัญหากรณีแกนไม่ผ่านเซนทรอยด์ของพื้นที่บางส่วน มีอีกวิธีการหนึ่งซึ่งสามารถหาค่าโมเมนต์อินเนอร์เซียสำหรับพื้นที่ที่แกนไม่ผ่านเซนทรอยด์ได้เหมือนกันและใช้เวลาคำนวณเร็วกว่าคือ การใช้ทฤษฎีแกนขนาน



รูปที่ 8.6

พื้นที่ A_2 แกน x กระทำผ่านเซนทรอยด์ หาจากสูตรในตารางที่ 8.1

$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{8 \text{ mm} (220 \text{ mm})^3}{12} = 7098666.667 \text{ mm}^4$$

พื้นที่ A_1 (2 พื้นที่) แกน x ไม่กระทำผ่านเซนทรอยด์ ต้องใช้ทฤษฎีแกนขนาน

จากสมการที่ (8.4) $I_x = \bar{I}_x + A dy^2$

แทนค่า

$$I_x = 2 \left[\frac{100 \text{ mm} (16 \text{ mm})^3}{12} + (100 \text{ mm} \times 16 \text{ mm}) (118 \text{ mm})^2 \right]$$

แทนค่า

$$I_x = 2 \left[34133.333 \text{ mm}^4 + 22278400.000 \text{ mm}^4 \right] = 44625066.660 \text{ mm}^4$$

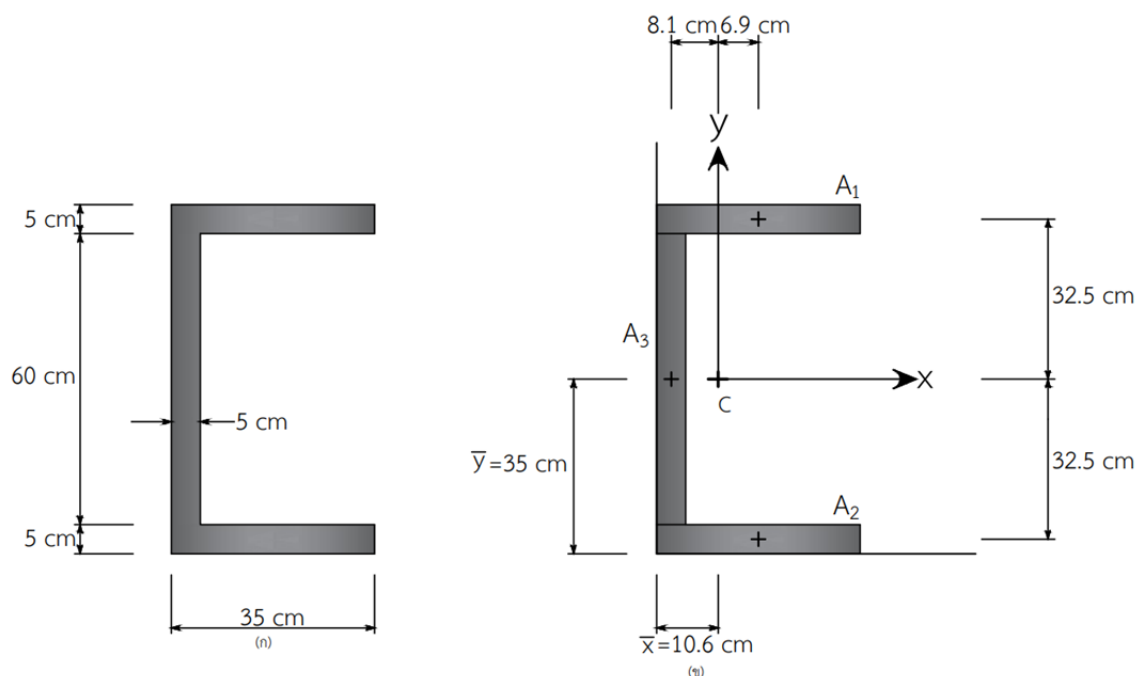
ปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียของพื้นที่ทั้งหมดรอบแกน x

$$\bar{I}_x = 7098666.667 \text{ mm}^4 + 44625066.660 \text{ mm}^4 = 51723733.330 \text{ mm}^4 \quad \text{ตอบ}$$

ซึ่งจะได้คำตอบของโมเมนต์อินเนอร์เซียของพื้นที่ทั้งหมดรอบแกน x เท่ากับวิธีหากลบด้วยพื้นที่

ตัวอย่างที่ 8.2 จากรูปที่ 8.7 (ก) แสดงหน้าตัดเหล็ก C (Channels) จงคำนวณหาโมเมนต์อินเนอร์เซียของพื้นที่ดังกล่าวรอบแกนที่ผ่านเซนทรอยด์ของพื้นที่รวม และรัศมีไจเรชั่น

วิธีทำ



รูปที่ 8.7

จากรูปโจทย์ 8.7 (ก) ต้องคำนวณหาตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่โดยใช้แกนที่โจทย์กำหนด

พื้นที่ที่หนึ่ง $A_1 = (35 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}) = 175 \text{ cm}^2$ มีระยะ $\bar{x}_1 = 17.5 \text{ cm}$ และ $\bar{y}_1 = 67.5 \text{ cm}$

พื้นที่ที่สอง $A_2 = (35 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}) = 175 \text{ cm}^2$ มีระยะ $\bar{x}_2 = 17.5 \text{ cm}$ และ $\bar{y}_2 = 2.5 \text{ cm}$

พื้นที่ที่สาม $A_3 = (5 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}) = 300 \text{ cm}^2$ มีระยะ $\bar{x}_3 = 2.5 \text{ cm}$ และ $\bar{y}_3 = 35.0 \text{ cm}$

จากสมการที่ (7.1ก)
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}$$

แทนค่า
$$\bar{x} = \frac{(17.5 \text{ cm} \times 175 \text{ cm}^2) + (17.5 \text{ cm} \times 175 \text{ cm}^2) + (2.5 \text{ cm} \times 300 \text{ cm}^2)}{(175 \text{ cm}^2 + 175 \text{ cm}^2 + 300 \text{ cm}^2)} = 10.577 \text{ cm}$$

จากสมการที่ (7.2ก)
$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$$

แทนค่า
$$\bar{y} = \frac{(67.5 \text{ cm} \times 175 \text{ cm}^2) + (2.5 \text{ cm} \times 175 \text{ cm}^2) + (35.0 \text{ cm} \times 300 \text{ cm}^2)}{(175 \text{ cm}^2 + 175 \text{ cm}^2 + 300 \text{ cm}^2)} = 35.000 \text{ cm}$$

สรุป จะได้ตำแหน่งของแกน x' และ y' ที่พิกัด $\bar{x} = 10.577 \text{ cm}$ และ $\bar{y} = 35.000 \text{ cm}$

ต่อไปคำนวณหาโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนดังกล่าวโดยใช้ทฤษฎีแกนขนาน

จากสมการที่ (8.4) $I_x = \bar{I}_x + A dy^2$

พื้นที่ที่หนึ่ง
$$I_{x1} = \frac{35 \text{ cm} (5 \text{ cm})^3}{12} + (35 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}) (32.5 \text{ cm})^2 = 185208.333 \text{ cm}^4$$

พื้นที่ที่สอง
$$I_{x2} = \frac{35 \text{ cm} (5 \text{ cm})^3}{12} + (35 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}) (-32.5 \text{ cm})^2 = 185208.333 \text{ cm}^4$$

พื้นที่ที่สาม
$$I_{x3} = \frac{5 \text{ cm} (60 \text{ cm})^3}{12} = 90000.000 \text{ cm}^4$$

จากสมการที่ (8.5) $I_y = \bar{I}_y + A dx^2$

พื้นที่ที่หนึ่ง
$$I_{y1} = \frac{(35 \text{ cm})^3 5 \text{ cm}}{12} + (35 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}) (6.9 \text{ cm})^2 = 26196.333 \text{ cm}^4$$

พื้นที่ที่สอง
$$I_{y2} = \frac{(35 \text{ cm})^3 5 \text{ cm}}{12} + (35 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}) (6.9 \text{ cm})^2 = 26196.333 \text{ cm}^4$$

พื้นที่ที่สาม
$$I_{y3} = \frac{(5 \text{ cm})^3 60 \text{ cm}}{12} + (60 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}) (-8.1 \text{ cm})^2 = 20308.000 \text{ cm}^4$$

สรุป ปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนที่ผ่านตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่รวม

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} = 185208.333 \text{ cm}^4 + 185208.333 \text{ cm}^4 + 90000 \text{ cm}^4 = 460416.666 \text{ cm}^4 \quad \text{ตอบ}$$

$$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} = 26196.333 \text{ cm}^4 + 26196.333 \text{ cm}^4 + 20308 \text{ cm}^4 = 72700.666 \text{ cm}^4 \quad \text{ตอบ}$$

จากสมการที่ (8.7)
$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{460416.666 \text{ cm}^4}{(175 \text{ cm}^2 + 175 \text{ cm}^2 + 300 \text{ cm}^2)}} = 26.615 \text{ cm} \quad \text{ตอบ}$$

จากสมการที่ (8.8)
$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{72700.666 \text{ cm}^4}{(175 \text{ cm}^2 + 175 \text{ cm}^2 + 300 \text{ cm}^2)}} = 10.576 \text{ cm} \quad \text{ตอบ}$$

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 8

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 8 ในหนังสือแบบเรียนวิชากลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 8 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

เอกชัย รัตนโน. กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น (Introduction to Structural Mechanics)
รหัสวิชา 20121-2010, พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน), พิมพ์ครั้งที่ 1
พ.ศ. 2565

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 8
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 8
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษา
ร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 8 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

- 8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเทอร์เน็ต
- 8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

ทำในหนังสือแบบเรียน บทที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย

- 8.2.1 แบบทดสอบก่อนเรียนบทที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย
- 8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย
- 8.2.3 แบบทดสอบหลังเรียนบทที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนรู้ของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบฝึกหัด จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
2. แบบประเมินผลก่อนและหลังการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ คะแนน รวม คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล							
บทที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย							
ชื่อวิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น รหัสวิชา 20121-2010					วิทยาลัย		
ชื่อ-สกุล..... ระดับ.....					ครู		
ที่	รายการประเมิน	*คะแนนแบบทดสอบ		**คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้		*ข้อที่	**ข้อที่
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	โมเมนต์อินเนอร์เซียพื้นที่						
2	ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่						
3	รัศมีจโรจระชั้นของพื้นที่						
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		รวม	

เฉลยแบบฝึกหัด

วิชา กลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น

รหัสวิชา 20121-2010 n-u 2-0-2

จัดทำโดย



บริษัท ซีเอดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน)
SE-EDUCATION PUBLIC COMPANY LIMITED

บทที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์ (Physics-Mechanics Basics)

เฉลยแบบทดสอบก่อน - หลังเรียน

คำสั่ง จงทำเครื่องหมาย **X** ทับลงบนตัวอักษร ก ข ค ง ที่ถูกต้องที่สุดเพียงหนึ่งข้อเท่านั้น

(คะแนนรวม 10 คะแนน)

- ข้อใดคือผลลัพธ์ของ $145.023 + 0.0023$
ก. 145.03
- ข้อใดคือผลลัพธ์ของ $200.055 \div 1.50$
ก. 133
- ข้อใดคือจำนวน 6 m/s ที่อยู่ในรูปของหน่วย mm/h
ก. $2.16 \times 10^7 \text{ mm/h}$
- ข้อใดคือจำนวนโมเมนต์ $500 \text{ kN} \cdot \text{mm}$ ที่อยู่ในรูปของหน่วย $500 \text{ N} \cdot \text{m}$
ก. $500 \text{ N} \cdot \text{m}$
- รถยนต์คันหนึ่งวิ่งบนถนนหลวงวัดความเร็วได้ 180 km/h ข้อใดคือความเร็วของรถยนต์คันนี้ในหน่วย m/s
ก. 50 m/s
- สูตรความเค้นบนหน้าตัดวัสดุ $\sigma = \frac{P}{A}$ กำหนดให้ $P = 60 \text{ kN}$ และ $A = 400 \text{ mm}^2$ ข้อใดคือคำตอบที่อยู่ในรูปของ MPa
ข. 150 MPa
- ท่อเหล็กกลมตันมีความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง 2.5 นิ้ว จงคำนวณหาพื้นที่หน้าตัดดังกล่าวในรูปของหน่วยตารางเซนติเมตร
ก. 31.67 cm^2
- วัดความยาวของระยะทางได้ 518.563 m ข้อใดคือความยาวดังกล่าวในหน่วย km กำหนดเลขนัยสำคัญ 3 ตัว
ข. 0.519 km
- ข้อใดคือพื้นที่ท่อเหล็กกลมกลวงในรูปของหน่วย m^2 กำหนดให้ท่อมีเส้นผ่าศูนย์กลางภายนอก 20 mm และมีความหนา 1.5 mm คำตอบเป็นเลขนัยสำคัญ 3 ตัว
ข. $4.54 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
- ข้อใดคือจำนวนพื้นที่ 150 ตารางเมตร ในรูปของหน่วย ตารางกิโลเมตร
ข. $1.5 \times 10^8 \text{ m}^2$

เฉลยแบบฝึกหัด บทที่ 1 พื้นฐานฟิสิกส์-กลศาสตร์

แบบฝึกหัดที่ 1.1 ผลลัพธ์ของ $301.200 + 356.076 - 500.8240$ ควรบันทึกค่าเป็นจำนวนเท่าใด

ตอบ 156.452

แบบฝึกหัดที่ 1.2 ผลลัพธ์ของ $60.581 \div 2.2$ ควรบันทึกค่าเป็นจำนวนเท่าใด

ตอบ 27.5

แบบฝึกหัดที่ 1.3 ผลลัพธ์ของ $2160 + 201.0 \div 5.55$ ควรบันทึกค่าเป็นจำนวนเท่าใด

ตอบ 425

แบบฝึกหัดที่ 1.4 รถยนต์คันหนึ่งวิ่งบนถนนหลวงวัดความเร็วได้ 135 km/h อยากทราบความเร็วของรถยนต์คันนี้ในหน่วย m/s

ตอบ 37.5 m/s

แบบฝึกหัดที่ 1.5 จงทำปริมาณ $40000 \text{ N} \cdot \text{cm}$ ให้อยู่ในรูปของระบบหน่วย $\text{kN} \cdot \text{m}$

ตอบ $0.04 \text{ kN} \cdot \text{m}$

แบบฝึกหัดที่ 1.6 จงคำนวณค่ามวลโมเมนต์ความเฉื่อย $I = 1035285.8 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$ ให้อยู่ในรูปของระบบหน่วย $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ กำหนดคำตอบให้มีตัวเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

ตอบ $10.153 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

แบบฝึกหัดที่ 1.7 ท่อเหล็กกลมตันมีความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง 2.5 นิ้ว จงคำนวณหาพื้นที่หน้าตัดดังกล่าวในรูปของหน่วยตารางเซนติเมตร

ตอบ 31.669 cm^2

แบบฝึกหัดที่ 1.8 ท่อเหล็กกลมกลวงมีความยาวเส้นผ่าศูนย์กลางภายนอก 3 นิ้ว มีความหนา 4.5 mm จงคำนวณหาพื้นที่หน้าตัดดังกล่าวในรูปของหน่วยตารางเซนติเมตร

ตอบ 45.445 cm^2

แบบฝึกหัดที่ 1.9 จงคำนวณหาความเค้นอัดบนหน้าตัดวัสดุจากสูตร $\sigma = \frac{P}{A}$ กำหนดให้ $P = 60 \text{ kN}$ และ

$A = 400 \text{ cm}^2$ กำหนดคำตอบให้อยู่ในรูปของ

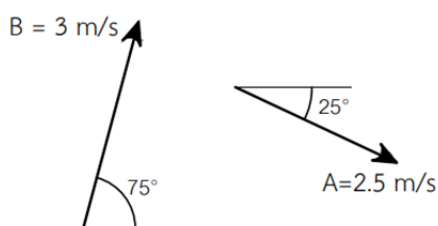
ตอบ 1.5 MPa

แบบฝึกหัดที่ 1.10 พื้นที่ประเทศไทยมีขนาด $5.131 \times 10^{11} \text{ m}^2$ อยากทราบเป็นหน่วยตารางกิโลเมตร

ตอบ $5.131 \times 10^5 \text{ km}^2$

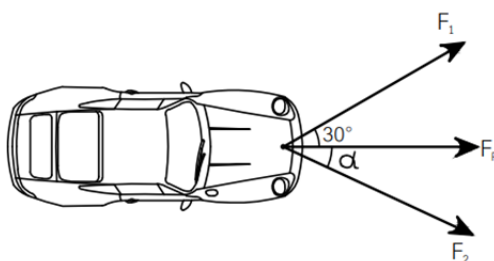
บทที่ 2 เวกเตอร์และการเคลื่อนที่

เฉลยแบบทดสอบก่อน - หลังเรียน



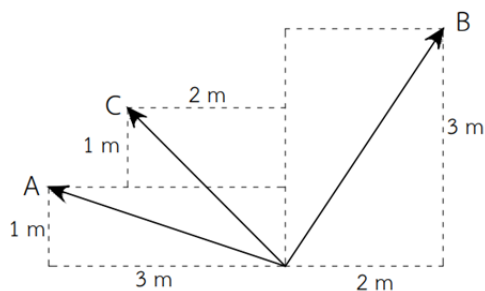
รูปประกอบแบบทดสอบข้อที่ 1 - 4

- ข้อใดคือเวกเตอร์ลัพธ์ C จากข้อกำหนด $C = A + B$ และมุมที่เวกเตอร์ลัพธ์กระทำกับแนวราบ
ก. $C = 3.556 \text{ m/s}$ $\theta = 31.184^\circ$
- ข้อใดข้อใดคือเวกเตอร์ลัพธ์ C จากข้อกำหนด $C = B + A$ และมุมที่เวกเตอร์ลัพธ์กระทำกับแนวราบ
ก. $C = 3.556 \text{ m/s}$ $\theta = 31.184^\circ$
- ข้อใดคือเวกเตอร์ลัพธ์ C จากข้อกำหนด $C = A + (-B)$ และมุมที่เวกเตอร์ลัพธ์กระทำกับแนวราบ
ก. $C = 4.225 \text{ m/s}$ $\theta = 69.369^\circ$
- ข้อใดคือเวกเตอร์ลัพธ์ C จากข้อกำหนด $C = (-A) + B$ และมุมที่เวกเตอร์ลัพธ์กระทำกับแนวราบ
ข. $C = 4.225 \text{ m/s}$ $\theta = 110.631^\circ$



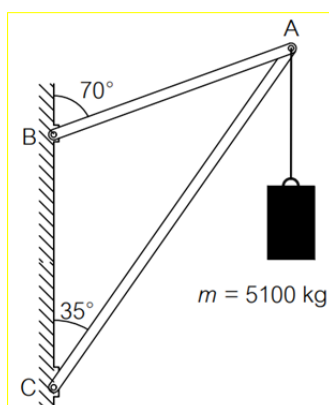
รูปประกอบแบบทดสอบข้อที่ 5 - 6

- รถยนต์คันหนึ่งมีปัญหาในเครื่องยนต์ทำให้ไม่สามารถขับเคลื่อนเองได้ต้องใช้เชือกสองเส้นดึงให้รถวิ่งไปข้างหน้า ถ้ากำหนดให้เส้นเชือก $F_1 = 2.2 \text{ kN}$ และมุม $\alpha = 25^\circ$ จงคำนวณหาแรงดึงในเส้นเชือก F_2 และค่าแรงลัพธ์ F_R ของแรงในเส้นเชือกทั้งสองเส้นกำหนดให้แรงลัพธ์วางตัวในแนวราบ
ง. $F_2 = 2.603 \text{ kN}$, $F_R = 4.264 \text{ kN}$
- จากแบบทดสอบข้อ 5 ถ้ากำหนดให้เส้นเชือก $F_1 = 3 \text{ kN}$ และ $F_2 = 2.7 \text{ kN}$ จงคำนวณหาแรงลัพธ์ F_R และค่ามุม α
ข. $F_R = 4.843 \text{ kN}$, $\alpha = 33.749^\circ$



รูปประกอบแบบทดสอบข้อที่ 7 - 9

7. ข้อใดคือเวกเตอร์ลัพธ์ F_R และค่ามุม θ ที่เวกเตอร์ลัพธ์ทำมุมกับแนวราบ กำหนดให้ $F_R = A + B$
 ข. $F_R = 4.125 \text{ m}$, $\theta = 104.065^\circ$
8. ข้อใดคือเวกเตอร์ลัพธ์ F_R และค่ามุม θ ที่เวกเตอร์ลัพธ์ทำมุมกับแนวราบ กำหนดให้ $F_R = A + C$
 ก. $F_R = 5.831 \text{ m}$, $\theta = 149.036^\circ$
9. ข้อใดคือเวกเตอร์ลัพธ์ F_R และค่ามุม θ ที่เวกเตอร์ลัพธ์ทำมุมกับแนวราบ กำหนดให้ $F_R = B + C$
 ง. $F_R = 5.001 \text{ m}$, $\theta = 90.018^\circ$



รูปประกอบแบบทดสอบข้อที่ 10

10. ข้อใดคือแรงในท่อนเหล็กรับแรงอัด AB และท่อนเหล็กรับแรงดึง AC
 ก. $AB = 50.031 \text{ kN}$ (อัด) และ $AC = 81.966 \text{ kN}$ (ดึง)

บทที่ 2 เวกเตอร์และกฎการเคลื่อนที่ เฉลยแบบฝึกหัด

- แบบฝึกหัดที่ 2.1 $R = 3.304 \text{ m/s}$ $\theta = 23.407^\circ$
- แบบฝึกหัดที่ 2.2 $A = 2.031 \text{ m/s}$, $B = 3.518 \text{ m/s}$
- แบบฝึกหัดที่ 2.3 $V_R = 7.549 \text{ km/h}$ $\theta = 14.800^\circ$
- แบบฝึกหัดที่ 2.4 $V_R = 46.441 \text{ km/h}$ $\theta = 42.208^\circ$
- แบบฝึกหัดที่ 2.5 $V_R = 15.620 \text{ m}$ $\theta = 116.55^\circ$
- แบบฝึกหัดที่ 2.6 $s = 10.149 \text{ km}$
- แบบฝึกหัดที่ 2.7 $R = 6.428 \text{ kN}$, $P = 3.264 \text{ kN}$
- แบบฝึกหัดที่ 2.8 $F_1 = 322.822 \text{ N}$, $F_2 = 411.395 \text{ N}$
- แบบฝึกหัดที่ 2.9 เส้นทางที่ใกล้ที่สุด $BC = 371.969 \text{ m}$
- แบบฝึกหัดที่ 2.10 เส้นทางที่ใกล้ที่สุด $AC = 491.107 \text{ m}$

บทที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง

เฉลยแบบทดสอบก่อน-หลังเรียน

- ข้อใดคือองค์ประกอบของแรง F_1
 ข. $F_x = 257.115 \text{ N} \longrightarrow$, $F_y = 306.418 \text{ N} \uparrow$
- ข้อใดคือองค์ประกอบของแรง F_2
 ก. $F_x = -181.262 \text{ N} \longleftarrow$, $F_y = 84.524 \text{ N} \uparrow$
- ข้อใดคือผลรวมขององค์ประกอบของแรงลัพธ์ในแนวแกน x และ y
 ง. $R_x = +75.853 \text{ N}$, $R_y = +390.942 \text{ N}$
- ข้อใดคือแรงลัพธ์ และมุมที่แรงลัพธ์กระทำกับแนวนอน
 ค. $R = 398.233 \text{ N}$ $\theta = 79.02^\circ$
- ข้อใดคือขนาดของโมเมนต์รอบจุด A และทิศทางการหมุน
 ง. $M_A = 0$
- ข้อใดคือขนาดของโมเมนต์รอบจุด B และทิศทางการหมุน
 ข. $M_A = 415.386 \text{ Nm}$, ทวนเข็มนาฬิกา
- ข้อใดคือขนาดของโมเมนต์รอบจุด C และทิศทางการหมุน
 ค. $M_A = 830.771 \text{ Nm}$, ทวนเข็มนาฬิกา
- ลึงไม้มีมวล 80 kg ข้อใดคือขนาดและทิศทางของโมเมนต์รอบจุด A เนื่องจากน้ำหนักของลึงไม้
 ก. $M_A = 196.200 \text{ Nm}$, ตามเข็มนาฬิกา
- จากแบบทดสอบข้อ 8 และคำตอบ จงคำนวณหาแรง P เนื่องจากโมเมนต์ที่จุด A และน้ำหนักของลึง
 ง. $P = 461.647 \text{ N}$
- ข้อใดคือแรงลัพธ์ โมเมนต์ลัพธ์ ที่จุด O และทิศทาง
 ข. $R = 447.214 \text{ N}$, $\theta = 63.435^\circ$, $M_O = 305 \text{ Nm}$, ตามเข็มนาฬิกา

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 3 การดำเนินการต่อระบบแรง

แบบฝึกหัดที่ 3.1 $F_{Ax} = -86.603 \text{ N}$, $F_{Ay} = -50.000 \text{ N}$

$F_{Bx} = 100.000 \text{ N}$, $F_{By} = 173.205 \text{ N}$

แบบฝึกหัดที่ 3.2 $R = 436.807 \text{ N}$, $\theta = 88.242^\circ$

แบบฝึกหัดที่ 3.3 $R = 38.601 \text{ N}$, $\theta = 36.573^\circ$

แบบฝึกหัดที่ 3.4 $R = 2190.692 \text{ N}$, $\theta = 52.751^\circ$

แบบฝึกหัดที่ 3.5 $M_O = -150 \text{ Nm}$ 

แบบฝึกหัดที่ 3.6 $M_O = 0$

$M_A = +172.409 \text{ Nm}$ 

$M_B = -344.818 \text{ Nm}$ 

$M_C = 0$

$M_D = -172.409 \text{ Nm}$ 

$M_E = -517.227 \text{ Nm}$ 

แบบฝึกหัดที่ 3.7 $M_B = 0.88 \text{ kNm}$ 

แบบฝึกหัดที่ 3.8 $P = 466.945 \text{ N}$ 

แบบฝึกหัดที่ 3.9 $M_B = 95.705 \text{ Nm}$ 

แบบฝึกหัดที่ 3.10 $M_A = 228.540 \text{ Nm}$ 

บทที่ 4 สมดุลในระบบ

เฉลยแบบทดสอบก่อน-หลังเรียน

1. ข้อใดไม่ใช่สมการสมดุลสำหรับใช้แก้โจทย์ปัญหาในระนาบ
 ง. $\sum 3x = 0$
2. ข้อใดไม่ใช่ความหมายของ $\sum F_y = 0$
 ก. ผลรวมตามเครื่องหมายของแรงในแกน y มีค่าเท่ากับศูนย์
3. ข้อใดคือแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A
 ข. $A_x = 43.301 \text{ N}$ ชี้นิ่งขวามือ, $A_y = 150 \text{ N}$ ชี้นิ่งพุ่งขึ้น
4. ข้อใดคือแรงที่จุดสัมผัส B (ไม่คิดแรงเสียดทาน)
 ค. $N_B = 43.301 \text{ N}$ ชี้นิ่งซ้ายมือ(แนวราบ)
5. ข้อใดคือขนาดของแรง P
 ค. $P = 206.071 \text{ N}$
6. ข้อใดคือแรงสัมผัสของวัตถุกับพื้นผิว(ไม่คิดความเสียดทาน)
 ค. $N_A = 359.274 \text{ N}$
7. ข้อใดคือขนาดของแรงปฏิกิริยาที่ผิวพื้นสัมผัสเรียบที่จุด B
 ค. $N_B = 6.278 \text{ kN}$
8. ข้อใดคือขนาดของแรงปฏิกิริยาที่จุด A
 ง. $A_x = 25.104 \text{ kN}$ ชี้นิ่งขวามือ, $A_y = 53.143 \text{ kN}$ ชี้นิ่งพุ่งขึ้น
9. ข้อใดคือแรงดึงในเคเบิล F_{CD} และ F_{CB}
 ค. $F_{CD} = 559.808 \text{ N}$, $F_{CB} = 501.910 \text{ N}$
10. ข้อใดแรงลัพธ์ โมเมนต์ลัพธ์ ที่จุด O และทิศทาง
 ง. $F_{BA} = 685.622 \text{ N}$, $W_F = 614.711 \text{ N}$

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 4 สมดุลในระนาบ

แบบฝึกหัดที่ 4.1 $N_A = 5833.917 \text{ N}$, $N_B = 5633.749 \text{ N}$

แบบฝึกหัดที่ 4.2 $T = 12352 \text{ N}$, $A_y = 24704 \text{ N}$

แบบฝึกหัดที่ 4.3 $P = 179.3 \text{ N}$

แบบฝึกหัดที่ 4.4 $T = 112.15 \text{ N}$, $A_y = 182.463 \text{ N}$, $A_x = -38.358 \text{ N}$

แบบฝึกหัดที่ 4.5 $T = 15.022 \text{ kN}$, $N_A = 18.778 \text{ kN}$, $N_B = 16.734 \text{ kN}$

แบบฝึกหัดที่ 4.6 $T = 625 \text{ N}$, $N_C = 375 \text{ N}$

แบบฝึกหัดที่ 4.7 $F_{AD} = 3637.307 \text{ N}$ (แรงดึง) , $F_{AC} = 173.205 \text{ N}$ (แรงดึง)

แบบฝึกหัดที่ 4.8 $R_B = 21.812 \text{ kN}$, $A_y = 13.917 \text{ kN}$, $A_x = 19.697 \text{ kN}$

แบบฝึกหัดที่ 4.9 $A_x = 184.698 \text{ N}$, $A_y = 481.653 \text{ N}$

แบบฝึกหัดที่ 4.10 $A_x = 1665.6 \text{ N}$ ชี้ทิศขวามือ , $A_y = -749.3 \text{ N}$ ชี้ทิศพุ่งลง , $R_B = 2775.962 \text{ N}$

บทที่ 5 ความเค้นและความเครียด

เฉลยแบบทดสอบก่อน-หลังเรียน

1. จากรูป (ก) สลักเกลียวมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 22 mm ข้อใดคือค่าความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้น
 ข. $\tau = 26.307 \text{ MPa}$
2. จากรูป (ก) แผ่นเหล็กทั้งสองมีขนาด $10 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ ข้อใดคือค่าความเค้นแบกทาน
 ก. $\sigma_b = 45.455 \text{ MPa}$
3. จากรูป (ข) ท่อกลมกลวงมีเส้นผ่าศูนย์กลางภายนอก 100 mm และเส้นผ่าศูนย์กลางภายใน 90 mm ข้อใดคือค่าความเค้นดัดจาก
 ง. $\sigma = 67.013 \text{ MPa}$
4. จาก(ก) ถ้าน้ำตัดแท่งวัสดุมีขนาด $40 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ ข้อใดคือความเค้นดัดจากที่หน้าตัด 1 - 1
 ก. $\sigma_{1-1} = 87.5 \text{ MPa}$
5. จาก(ก) ถ้าน้ำตัดแท่งวัสดุมีขนาด $40 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ ข้อใดคือความเค้นดัดจากที่หน้าตัด 2 - 2
 ก. $\sigma_{2-2} = 187.5 \text{ MPa}$
6. จาก (ข) ท่อนวัสดุกลมตัน BC และ AC มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 12 mm และ 15 mm ข้อใดคือความเค้น
 ก. $\sigma_{AC} = 10.610 \text{ MPa}$, $\sigma_{BC} = 13.263 \text{ MPa}$
7. หมุด C มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 mm ข้อใดคือค่าความเค้นเฉือนที่หมุด C
 ก. $\tau = 310.352 \text{ MPa}$
8. แผ่นเหล็กหูช้างที่จุด B มีความหนาเท่ากับ 6 mm ข้อใดคือค่าความเค้นแบกทานขึ้นส่วนดังกล่าว
 ข. $\sigma_b = 500 \text{ MPa}$
9. ข้อใดคือความเครียดตามแนวทแยง AC
 ก. $\epsilon_{AC} = 3.47 \times 10^{-3} \text{ mm/mm}$
10. ข้อใดคือความเครียดเฉือนที่มุม E
 ข. $\gamma_{xyE} = -0.033 \text{ rad}$

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 5 ความเค้นและความเครียด

แบบฝึกหัดที่ 5.1 $\sigma = 8.5 \text{ MPa}$

แบบฝึกหัดที่ 5.2 $\sigma = 18 \text{ MPa}$

แบบฝึกหัดที่ 5.3 $\sigma_{AB} = 13.926 \text{ MPa}$, $\sigma_{BC} = 7.795 \text{ MPa}$

แบบฝึกหัดที่ 5.4 $\sigma_{AB} = 47.157 \text{ MPa}$, $\sigma_{BC} = 356.507 \text{ MPa}$

แบบฝึกหัดที่ 5.5 $\tau = 22.105 \text{ MPa}$, $\sigma_b = 52.083 \text{ MPa}$

แบบฝึกหัดที่ 5.6 $\sigma_{AB} = 5.049 \text{ MPa}$, $\sigma_{BC} = 8.436 \text{ MPa}$

แบบฝึกหัดที่ 5.7 $\tau = 50.927 \text{ MPa}$, $\sigma_b = 166.667 \text{ MPa}$

แบบฝึกหัดที่ 5.8 $\sigma_{BC} = 159.155 \text{ MPa}$

แบบฝึกหัดที่ 5.9 $\tau = 78.676 \text{ MPa}$, $\sigma_b = 0.216 \text{ MPa}$

แบบฝึกหัดที่ 5.10 $\epsilon_{CE} = 6.983 \times 10^{-4} \text{ mm/mm}$, $\epsilon_{BD} = 5.225 \times 10^{-4} \text{ mm/mm}$

แบบฝึกหัดที่ 5.11 $\gamma_{xy(A)} = 0.029 \text{ rad}$, $\gamma_{xy(B)} = 0.029 \text{ rad}$

แบบฝึกหัดที่ 5.12 $\epsilon_{AC} = 0.014 \text{ mm/mm}$, $\epsilon_{AC} = 3.982 \times 10^{-3} \text{ mm/mm}$

แบบฝึกหัดที่ 5.13 $\epsilon_{AB} = 0.219 \text{ mm/mm}$

แบบฝึกหัดที่ 5.14 $\gamma_{xy(A)} = 0.041 \text{ rad}$

แบบฝึกหัดที่ 5.15 $\epsilon_{AB} = 5.423 \times 10^{-4} \text{ mm/mm}$

บทที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

เฉลยแบบทดสอบก่อน-หลังเรียน

- ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนหน้าตัดท่อนกลมตัน มีค่าเท่าไรและเกินกว่าค่าความเค้นที่จุดครากหรือไม่
ก. $\sigma = 381.972 \text{ MPa} < \sigma_y = 450 \text{ MPa}$
- กำหนดให้ท่อนเหล็กกลมตันมีค่า $E = 200 \text{ GPa}$ ข้อใดคือระยะยืดตัวออกตามแนวแกน
ก. $\delta = 0.095 \text{ mm}$
- จุด A เป็นจุดรองรับยึดแน่น ข้อใดคือการเสียรูปตามความยาวเฉพาะท่อนอลูมิเนียมกลมตัน
ข. ยืดออก 1.572 mm
- จุด A เป็นจุดรองรับยึดแน่น ข้อใดคือการเสียรูปตามความยาวรวมที่ปลายจุด C
ง. อัดเข้า 1.378 mm
- ข้อใดคือการเสียรูปตามแนวแกนท่อนกลมตัน AB พื้นที่หน้าตัด $A_{AB} = 4560 \text{ mm}^2$ ($E=200 \text{ GPa}$)
ก. อัดเข้า 1.053 mm
- ข้อใดคือการเสียรูปตามแนวแกนท่อนกลมตัน AD พื้นที่หน้าตัด $A_{AB} = 4560 \text{ mm}^2$ ($E=200 \text{ GPa}$)
ง. ยืดออก 2.368 mm
- ข้อใดคือการเปลี่ยนรูปตามความยาวของท่อนวัสดุกลมตัน AB
ข. ยืดออก 1.073 mm
- ข้อใดคือการเปลี่ยนรูปตามความยาวของท่อนวัสดุกลมตัน CB
ก. ยืดออก 1.116 mm
- ข้อใดคือระยะการเสียรูปตามความยาวของข้อต่อ BD
ก. ยืดออก 0.139 mm
- ข้อใดคือระยะการเสียรูปตามความยาวของข้อต่อ EC
ข. ยืดออก 0.039 mm

เฉลยแบบฝึกหัด บทที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

แบบฝึกหัดที่ 6.1 $E = 70.028 \text{ GPa}$

แบบฝึกหัดที่ 6.2 $E = 75.000 \text{ GPa}$

แบบฝึกหัดที่ 6.3 $\delta = 0.05 \text{ mm}$

แบบฝึกหัดที่ 6.4 $\delta_C = -0.318 \text{ mm}$

แบบฝึกหัดที่ 6.5 $\delta_C = -0.232 \text{ mm}$

แบบฝึกหัดที่ 6.6 $\delta_B = 1.764 \text{ mm}$

แบบฝึกหัดที่ 6.7 $\delta_{A/D} = -0.073 \text{ mm}$

แบบฝึกหัดที่ 6.8 $\delta_B = 0.128 \text{ mm}, \delta_C = 0.058 \text{ mm}$

แบบฝึกหัดที่ 6.9 $\delta_E = 0.106 \text{ mm}$

แบบฝึกหัดที่ 6.10 ท่อน AB หดเข้า = -2.318 mm , ท่อน AD ยืดออก = 2.222 mm

บทที่ 7 เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง

เฉลยแบบทดสอบก่อน-หลังเรียน

- จากรูป 7.17(ก) ข้อใดคือตำแหน่งเซนทรอยด์
ค. $\bar{x} = 0 \text{ m}$, $\bar{y} = 4.82 \text{ m}$
- จากรูป 7.17(ข) ข้อใดคือตำแหน่งจุดเซนทรอยด์
ง. $\bar{x} = 0 \text{ mm}$, $\bar{y} = 79.4 \text{ mm}$
- จากรูป 7.18(ก) ข้อใดคือตำแหน่งเซนทรอยด์
ค. $\bar{x} = 3.333 \text{ m}$, $\bar{y} = 3.333 \text{ m}$
- จากรูป 7.18(ข) ข้อใดคือตำแหน่งเซนทรอยด์
ข. $\bar{x} = -0.348 \text{ m}$, $\bar{y} = 1.220 \text{ m}$
- จากรูป 7.19 ข้อใดคือตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่หน้าตัดคอนกรีตอัดแรง
ข. $\bar{x} = 0 \text{ cm}$, $\bar{y} = 22.1 \text{ cm}$
- จากรูป 7.20 หน้าตัดคานคอนกรีตอัดแรง ข้อใดคือตำแหน่งจุดเซนทรอยด์
ง. $\bar{x} = 0 \text{ mm}$, $\bar{y} = 517.5 \text{ mm}$
- จากรูป 7.21(ก) จากแปลนฐานราก ฐานราก F_1 มีขนาด กว้าง – ยาว ด้านละ 3 m และฐานราก F_2 มีขนาด เส้นผ่าศูนย์กลาง 3 m ข้อใดคือตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วง
ข. $\bar{x} = 9.6 \text{ m}$, $\bar{y} = 5.0 \text{ m}$
- จากรูป 7.21(ข) ข้อใดคือตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูปทรงประกอบ
ค. $\bar{x} = 54.8 \text{ mm}$, $\bar{y} = 36.6 \text{ mm}$
- จากรูป 7.22(ก) ข้อใดคือตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่
ค. $\bar{x} = 0 \text{ m}$, $\bar{y} = 2.0 \text{ m}$
- จากรูป 7.22(ข) ข้อใดคือตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่
ค. $\bar{x} = 0 \text{ cm}$, $\bar{y} = 54.2 \text{ cm}$

เฉลยแบบฝึกหัด บทที่ 7 เซนทรอยด์และจุดศูนย์กลางถ่วง

แบบฝึกหัดที่ 7.1 $(\bar{x} = 0 \cdot \text{m} , \bar{y} = 3.6 \cdot \text{m})$

แบบฝึกหัดที่ 7.2 $(\bar{x} = 0 \cdot \text{m} , \bar{y} = 6.5 \cdot \text{m})$

แบบฝึกหัดที่ 7.3 $(\bar{x} = 0 \cdot \text{mm} , \bar{y} = 58 \cdot \text{mm})$

แบบฝึกหัดที่ 7.4 $(\bar{x} = 36 \cdot \text{mm} , \bar{y} = 36 \cdot \text{mm})$

แบบฝึกหัดที่ 7.5 $(\bar{x} = 0 \cdot \text{m} , \bar{y} = 6.5 \cdot \text{m})$

แบบฝึกหัดที่ 7.6 $(\bar{x} = 0 \cdot \text{mm} , \bar{y} = 85 \cdot \text{mm})$

แบบฝึกหัดที่ 7.7 $(\bar{x} = 0 \cdot \text{m} , \bar{y} = 5.36 \cdot \text{m})$

แบบฝึกหัดที่ 7.8 $(\bar{x} = 2.86 \cdot \text{m} , \bar{y} = 1.83 \cdot \text{m})$

แบบฝึกหัดที่ 7.9 $(\bar{x} = -1.55 \cdot \text{m} , \bar{y} = -0.20 \cdot \text{m})$

แบบฝึกหัดที่ 7.10 $(\bar{x} = 0 \cdot \text{mm} , \bar{y} = 86 \cdot \text{mm})$

บทที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย

เฉลยแบบทดสอบก่อน-หลังเรียน

- จากรูป (ก) ข้อใดคือปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่
ก. $\bar{I}_x = 25000000 \text{ mm}^4$, $\bar{I}_y = 225000000 \text{ mm}^4$
- จากรูป (ข) ข้อใดคือปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่
ข. $\bar{I}_x = 225000000 \text{ mm}^4$, $\bar{I}_y = 250000000 \text{ mm}^4$
- จากรูป (ก) ข้อใดคือปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่
ง. $I_x = 6232000 \text{ mm}^4$, $I_y = 365120 \text{ mm}^4$
- จากรูป (ข) ข้อใดคือปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่
ก. $I_x = 12944820.51 \text{ mm}^4$, $I_y = 2031786.667 \text{ mm}^4$
- จากรูป (ก) ข้อใดคือปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่
ข. $I_x = 936666.667 \text{ cm}^4$, $I_y = 115416.667 \text{ cm}^4$
- จากรูป (ข) ข้อใดคือปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่
ค. $I_x = 157790 \text{ cm}^4$, $I_y = 28523.863 \text{ cm}^4$
- จากรูป (ก) พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ข้อใดคือปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกน x ที่กำหนด
ข. $I_x = 32553.6 \text{ cm}^4$
- จากรูป (ข) ข้อใดคือปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียรอบแกนที่กำหนด
ก. $I_x = 1260 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $I_y = 1170 \times 10^6 \text{ mm}^4$
- จากรูป (ก) ข้อใดคือปริมาณโมเมนต์อินเนอร์เซียของพื้นที่
ก. $I_x = 4080000 \text{ mm}^4$, $I_y = 2400000 \text{ mm}^4$
- จากรูป 7.22(ข) I_y ของหน้าตัดกำแพงกันดิน (Retaining Wall)
ง. $I_y = 18.9 \text{ m}^4$

เฉลยแบบฝึกหัด บทที่ 8 โมเมนต์อินเนอร์เซีย

แบบฝึกหัดที่ 8.1 $I_x = 981.333 \text{ cm}^4, I_y = 469.333 \text{ cm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.2 $I_x = 1220833.333 \text{ cm}^4, I_y = 720833.333 \text{ cm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.3 $I_x = 2.754 \times 10^{10} \text{ mm}^4, I_y = 9.014 \times 10^9 \text{ mm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.4 $I_y = 2.25 \text{ m}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.5 $I_x = 7.128 \times 10^6 \text{ mm}^4, I_y = 5.597 \times 10^7 \text{ mm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.6 $I_x = 2.047 \times 10^7 \text{ mm}^4, I_y = 2.975 \times 10^6 \text{ mm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.7 $I_x = 52.3 \times 10^4 \text{ mm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.8 $I_x = 22.9 \times 10^6 \text{ mm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.9 $I_x = 171 \times 10^6 \text{ mm}^4, I_y = 463 \times 10^6 \text{ mm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.10 $I_x = 25.1 \times 10^6 \text{ mm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.11 $I_x = 548 \times 10^6 \text{ mm}^4, I_y = 548 \times 10^6 \text{ mm}^4$

แบบฝึกหัดที่ 8.12 $I_x = 927.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$